

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA



PROGRAMAS DE ASIGNATURAS
DEL PROCESO DE ADMISIÓN
AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA (CPI)

MATEMÁTICA I

AÑO 2012



ASIGNATURA: MATEMÁTICA I

I. FUNDAMENTACIÓN

En esta disciplina se exponen los conceptos básicos para operar con números y sus generalizaciones, con el fin de resolver ejercicios y problemas de aplicación a situaciones reales.

II. OBJETIVOS

Objetivos generales

1. Comprender las leyes de las operaciones discretas, las propiedades de los números y de las expresiones algebraicas.
2. Mejorar la capacidad de raciocinio.
3. Desarrollar la capacidad de pensamiento lógico, utilizando el lenguaje algebraico como medio.
4. Manejar adecuadamente los procedimientos y las técnicas.

Objetivos específicos

1. Identificar y relacionar los conjuntos numéricos. Efectuar operaciones con los mismos.
2. Comprender la teoría de proporcionalidad directa e inversa.
3. Comprender los conceptos y clasificación de las expresiones algebraicas.
4. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas racionales e irracionales.
5. Diferenciar las cantidades reales de las imaginarias y operar con ellas.
6. Resolver ecuaciones y sistema de ecuaciones.

III. CONTENIDOS

Programa Sintético

Números. Clasificación. **MCD** y **MCM** de números. Fracciones comunes y decimales. Número mixto. Fracción irreducible. Operaciones con números fraccionarios y mixtos. Conversión de fracciones.

Exponentes y radicales. Potenciación. Base y exponente.

Razones y proporciones. Razón aritmética o por diferencia. Razón geométrica o por cociente. Proporción aritmética. Proporción geométrica. Magnitudes proporcionales.

Regla de tres simple. Regla de tres compuesta. Tanto por ciento y Porcentaje. Repartición proporcional directa, inversa y compuesta.

Expresión algebraica. Simbolismo y operaciones. Clasificación. Valor numérico de una expresión algebraica.

Expresión racional. Expresión entera. Operaciones elementales.

Divisibilidad de polinomios. Teorema del resto. Formación del cociente en base al esquema de Ruffini-Briot (o Hörner). Raíces de un polinomio.



Productos y cocientes notables. Factorización de polinomios. Binomio de Newton. Factorial. Potencia de la forma $(ax^p + by^q)^n$ para n entero, positivo; p, q reales. Potenciación. **MCD** y **MCM** de expresiones racionales.

Expresión fraccionaria. Notación. Operaciones elementales.

Expresión irracional. Radical. Notación. Potencia de exponente fraccionario. Operaciones. Racionalización.

Expresión compleja. Unidad imaginaria. Potencias de la unidad imaginaria. Cantidad compleja. Igualdad de complejos. Operaciones elementales. Cantidades complejas conjugadas.

Logaritmos. Propiedades. Logaritmos decimales y naturales.

Ecuaciones. Ecuación de primer grado con una incógnita. Ecuación de segundo grado con una incógnita. Propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado. Ecuación bicuadrada, exponencial y logarítmica.

Inecuaciones. Definición. Inecuaciones simultáneas y de valores absolutos de funciones.

Sistema de ecuaciones. Definiciones. Resolución.

Matrices. Operaciones elementales con matrices. Determinantes. Menor complementario, adjunto. Método para el desarrollo de los determinantes. Matriz inversa.

Progresiones: aritmética y geométrica. Media aritmética. Media geométrica.

Programa Analítico

Detalle de los contenidos

EDA: Teorema con enunciado, demostración y aplicación en ejercicios.

EA: Teorema con enunciado y aplicación en ejercicios, sin demostración.

Aritmética

1. CONJUNTOS NUMÉRICOS

1.1 Nociones fundamentales

1.1.1 Número natural. Cifra o guarismo o número dígito. Número polidígito. Valor absoluto y relativo de una cifra. Números abstracto y concreto.

1.1.2 Números reales. Clasificación: enteros y fraccionarios; racionales e irracionales.

1.1.3 Número complejo.

1.2 Números reales

1.2.1 Operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división). Propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva. Identidad. Inversos.

1.2.2 Desigualdad. Propiedades. Valor absoluto.

1.2.3 Ley de los signos.

1.2.4 Teoremas:

1.2.4.1 **(EA)** "En toda suma si un sumando aumenta o disminuye un número, la suma aumenta o disminuye el mismo número"

1.2.4.2 **(EA)** "En toda suma si un sumando aumenta y otro sumando disminuye el mismo número, la suma no varía"



- 1.2.4.3 **(EA)** "En toda resta si el minuendo aumenta o disminuye un número y el sustraendo no varía, la diferencia queda aumentada o disminuida en el mismo número"
- 1.2.4.4 **(EA)** "En toda resta si el sustraendo aumenta o disminuye un número y el minuendo no varía, la diferencia queda disminuida o aumentada en el mismo número"
- 1.2.4.5 **(EA)** "En toda multiplicación si el multiplicando se multiplica o divide por un número, el producto queda multiplicado o dividido por el mismo número"
- 1.2.4.6 **(EA)** "En toda multiplicación si el multiplicador se multiplica o divide por un número, el producto queda multiplicado o dividido por el mismo número"
- 1.2.4.7 **(EA)** "En toda multiplicación si el multiplicando se multiplica por un número y el multiplicador se divide por el mismo número o viceversa, el producto no varía"
- 1.2.4.8 **(EA)** "En toda división exacta si el dividendo se multiplica o divide por un número no variando el divisor, el cociente queda multiplicado o dividido por el mismo número"
- 1.2.4.9 **(EDA)** "En toda división exacta si el divisor se multiplica o divide por un número no variando el dividendo, el cociente queda dividido o multiplicado por el mismo número"
- 1.2.4.10 **(EA)** "En toda división exacta si el dividendo y el divisor se multiplican o dividen por un mismo número, el cociente no varía"
- 1.2.4.11 **(EDA)** "En toda división entera o inexacta la suma de los restos por defecto y por exceso es igual al divisor"
- 1.2.4.12 **(EDA)** "En toda división entera o inexacta si el dividendo y el divisor se multiplican o dividen por un mismo número, el cociente no varía y el resto queda multiplicado o dividido por el mismo número"

1.3 Números primos y compuestos

1.3.1 Múltiplos y divisores de un número. Números par e impar.

1.3.2 Descomposición de un número en factores primos.

1.3.3 Teoremas:

1.3.3.1 **(EA)** "Todo número que divide a otros varios, divide a su suma"

1.3.3.2 **(EDA)** "Todo número que no divide a otros varios, divide a su suma, si la suma de los residuos que resultan de dividir estos por el número que no los divide, es divisible por este número"

1.3.3.3 **(EA)** "Todo número que divide a otro, divide a su múltiplo"

1.3.3.4 **(EA)** "Todo número que divide a otros dos, divide a su diferencia"

1.3.3.5 **(EA)** "Todo número que divide a la suma de dos sumandos y a uno de éstos, divide al otro sumando"

1.3.3.6 **(EA)** "Todo número que divide a uno de dos sumandos y no divide al otro, no divide a la suma"



- 1.3.3.7 **(EDA)** "Todo número que divide al dividendo y al divisor de una división inexacta, divide al residuo"
- 1.3.3.8 **(EDA)** "Todo número que divide al divisor y al resto de una división inexacta, divide al dividendo"
- 1.3.3.9 **(EDA)** "Todo número compuesto tiene por lo menos un factor primo mayor que uno"
- 1.3.3.10 **(EA)** "La serie de los números primos es ilimitada"
- 1.3.3.11 **(EA)** "Si un número primo no divide a otro número, es primo con él"
- 1.3.3.12 **(EA)** "Todo número que divide a un producto de dos factores y es primo con uno de ellos, divide al otro factor"
- 1.3.3.13 **(EDA)** "Si un número es divisible por dos o más factores primos entre sí dos a dos, es también divisible por su producto"
- 1.3.3.14 **(EDA)** "Todo número compuesto es igual a un producto de factores primos"
- 1.3.4 Máximo común divisor de dos o más números. Propiedades. Métodos para hallarlo.
- 1.3.5 Mínimo común múltiplo de dos o más números. Propiedades. Métodos para hallarlo.
- 1.3.6 Teoremas:
 - 1.3.6.1 **(EDA)** "El máximo común divisor del dividendo y el divisor de una división inexacta es igual al del divisor y el resto"
 - 1.3.6.2 **(EA)** "Todo divisor de dos números divide a su máximo común divisor"
 - 1.3.6.3 **(EA)** "Si se multiplican o dividen dos números por un mismo número, su máximo común divisor queda multiplicado o dividido por el mismo número"
 - 1.3.6.4 **(EA)** "Los cocientes que resultan de dividir dos números por su máximo común divisor, son primos entre sí"
 - 1.3.6.5 **(EDA)** "El mínimo común múltiplo de dos números es igual a su producto dividido por el máximo común divisor de los mismos"
- 1.4 Número fraccionario
 - 1.4.1 Numerador y denominador. Fracciones comunes y decimales.
 - 1.4.2 Número mixto. Propiedades de las fracciones comunes. Reducción y simplificación de una fracción. Fracción irreducible.
 - 1.4.3 Operaciones con números fraccionarios y mixtos: suma, resta, multiplicación y división.
 - 1.4.4 Fracción de fracción. Fracción compleja.
 - 1.4.5 Operaciones con fracciones decimales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 1.4.6 Conversión de fracción común a fracción decimal.
 - 1.4.7 Conversión de fracción decimal a fracción común. Fracción generatriz.
 - 1.4.8 Enunciado y aplicación de las siguientes reglas:
 - 1.4.8.1 Para hallar la generatriz de una fracción decimal exacta.
 - 1.4.8.2 Para hallar la generatriz de una fracción decimal periódica pura.
 - 1.4.8.3 Para hallar la generatriz de una fracción decimal periódica mixta.



1.4.9 Fracción decimal inexacta no periódica.

1.5 Exponentes y radicales

1.5.1 Potenciación. Base y exponente. Propiedad uniforme. Ley de monotonía.

1.5.2 Radicación. Cantidad subradical, índice y raíz. Propiedad uniforme.

1.6 Razones y proporciones

1.6.1 Razón o relación de dos cantidades.

1.6.2 Razón aritmética o por diferencia. Propiedades.

1.6.3 Razón geométrica o por cociente. Propiedades.

1.6.4 Proporción aritmética. Concepto. Propiedades. Media aritmética. Problemas de aplicación.

1.6.5 Teorema: **(EA)** "En toda equidiferencia, la suma de los términos extremos es igual a la suma de los términos medios"

1.6.6 Proporción geométrica. Concepto. Propiedades. Media geométrica. Problemas de aplicación.

1.6.7 Teoremas:

1.6.7.1 **(EA)** "En toda proporción geométrica, el producto de los extremos es igual al producto de los medios"

1.6.7.2 **(EA)** "Si dos proporciones geométricas tienen una razón común, las otras dos razones forman proporción geométrica"

1.6.7.3 **(EA)** "Si dos proporciones geométricas tienen los antecedentes respectivamente iguales, los consecuentes forman proporción geométrica"

1.6.7.4 **(EA)** "Si dos proporciones geométricas tienen los consecuentes respectivamente iguales, los antecedentes forman proporción geométrica"

1.6.7.5 **(EDA)** "En toda proporción geométrica la suma o resta de los dos términos de la primera razón es a su consecuente o antecedente como la suma o resta de los dos términos de la segunda razón es a su consecuente o antecedente"

1.6.7.6 **(EDA)** "En toda proporción geométrica la suma o resta de los antecedentes es a la suma o resta de los consecuentes como un antecedente es a su consecuente"

1.6.7.7 **(EDA)** "En toda proporción geométrica, la suma de los dos términos de la primera razón es a su diferencia, como la suma de los dos términos de la segunda razón es a su diferencia"

1.6.7.8 **(EA)** "En toda proporción geométrica, la suma de los antecedentes es a su diferencia, como la suma de los consecuentes es a su diferencia"

1.6.7.9 **(EDA)** "En toda serie de razones iguales la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes como un antecedente es a su consecuente"

1.6.8 Magnitudes proporcionales. Razones de proporcionalidad. Razones directa e inversa. Modo de formar proporción.

1.6.9 Regla de tres simple. Regla de tres compuesta. Problemas de aplicación.

1.6.10 Tanto por ciento y porcentaje. Problemas de aplicación.

1.6.11 Repartición proporcional directa. Repartición proporcional inversa. Repartición compuesta. Problemas de aplicación.



Algebra

2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

2.1 Introducción. Definición. Simbolismos de cantidades, relaciones y operaciones. Signos de agrupación.

2.2 Clasificación

2.2.1 Algebraica y trascendente.

2.2.2 Racional e irracional.

2.2.3 Entera y fraccionaria.

2.2.4 Reales e imaginarias.

2.2.5 Monomios: racional entero, racional fraccionario e irracional.

2.2.6 Polinomios: racional y entero, homogéneo, completo, ordenado y general.

2.2.7 Valor numérico de una expresión algebraica.

2.3 Expresiones racionales.

2.3.1 Expresión entera.

2.3.1.1 Operaciones elementales con monomios y polinomios.

2.3.1.1.1 Suma de monomios y de polinomios, con coeficientes enteros.

2.3.1.1.2 Suma de monomios y de polinomios, con coeficientes fraccionarios.

2.3.1.1.3 Resta de monomios y polinomios, con coeficientes enteros.

2.3.1.1.4 Resta de monomios y polinomios, con coeficientes fraccionarios.

2.3.1.1.5 Suma y resta combinadas de polinomios, con coeficientes enteros y fraccionarios.

2.3.1.1.6 Uso de los signos de agrupación. Regla para suprimirlos.

2.3.1.1.7 Multiplicación de monomios, de monomio por polinomio y de polinomios.

2.3.1.1.8 Multiplicación de polinomios con exponentes literales.

2.3.1.1.9 División de monomios, de polinomio por monomio y de dos polinomios.

2.3.1.1.10 División de polinomios con exponentes literales.

2.3.1.1.11 Divisibilidad de polinomios. Teorema del resto.

2.3.1.1.12 Formación del cociente en base al esquema de Ruffini-Briot (o Hörner)

2.3.1.1.13 Raíces de un polinomio. Teorema fundamental del álgebra.

2.3.1.1.14 Raíces reales y complejas.

2.3.1.2 Operaciones combinadas con monomios y polinomios.

2.3.1.3 Factorización de polinomios.

2.3.1.3.1 Factor común.

2.3.1.3.2 Factor común por agrupación de términos.



- 2.3.1.3.3 Trinomio cuadrado perfecto.
- 2.3.1.3.4 Diferencia de cuadrados perfectos.
- 2.3.1.3.5 Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción.
- 2.3.1.3.6 Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.
- 2.3.1.3.7 Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$.
- 2.3.1.3.8 Cubo de binomios.
- 2.3.1.3.9 Suma o diferencia de cubos.
- 2.3.1.3.10 Suma o diferencia de dos potencias iguales.
- 2.3.1.3.11 Combinación de los casos de factorización.
- 2.3.1.4 Binomio de Newton. Concepto de factorial de un número. Producto de Stevin. Potencia de la forma $(ax^p + by^q)^n$ para n , entero positivo; p y q reales. Coeficientes binomiales. Fórmula del término general del desarrollo del binomio.
- 2.3.1.5 Potenciación de monomios y polinomios.
- 2.3.1.6 **MCD** y **MCM** de expresiones racionales.
- 2.3.2 Expresión fraccionaria.
 - 2.3.2.1 Notación. Principios fundamentales.
 - 2.3.2.2 Simplificación. Reducción.
 - 2.3.2.3 Operaciones elementales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 2.3.2.4 Simplificación de fracciones complejas.
 - 2.3.2.5 Descomposición de una expresión fraccionaria en fracciones parciales.
- 2.4 Expresiones irracionales.
 - 2.4.1 Radical. Notación. Potencia de exponente fraccionario. Reducción. Simplificación.
 - 2.4.2 Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.
 - 2.4.3 Racionalización del denominador de una fracción.
 - 2.4.4 Expresiones irracionales conjugadas.
- 2.5 Expresión compleja.
 - 2.5.1 Unidad imaginaria. Potencias de la unidad imaginaria. Número imaginario puro.
 - 2.5.2 Cantidades complejas. Igualdad de complejos. Operaciones elementales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 2.5.3 Forma algebraica. Cantidades complejas conjugadas.
- 2.6 Logaritmos.
 - 2.6.1 Logaritmo de un número en una determinada base. Logaritmo decimal (base 10) y logaritmo natural (base e) de un número.
 - 2.6.2 Propiedades:
 - 2.6.2.1 $\log(M \times N) = \log M + \log N$
 - 2.6.2.2 $\log(M \div N) = \log M - \log N$



$$2.6.2.3 \quad \log(M^n) = n \log M$$

$$2.6.2.4 \quad \log(\sqrt[n]{M}) = \frac{\log M}{n}$$

$$2.6.2.5 \quad b^{\log_b a} = a$$

$$2.6.2.6 \quad \log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c}$$

3. ECUACIONES E INECUACIONES

3.1 Identidades y ecuaciones.

3.1.1 Definiciones.

3.1.2 Clasificación de las ecuaciones según su grado.

3.2 Ecuación de primer grado con una incógnita (ecuación lineal). Transformaciones. Resolución. Problemas de aplicación.

3.3 Ecuación de segundo grado con una incógnita (ecuación cuadrática)

3.3.1 Deducción de la fórmula para resolver la ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

3.3.2 Deducción de las propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado.

3.3.3 Ecuación de segundo grado cuya solución son dos números complejos conjugados.

3.3.4 Problemas de aplicación.

3.4 Ecuación bicuadrada.

3.5 Ecuaciones exponenciales.

3.6 Ecuaciones logarítmicas.

3.7 Desigualdades. Propiedades.

3.8 Inecuaciones. Definición. Resolución de inecuaciones.

3.9 Inecuaciones simultáneas. Resolución de inecuaciones simultáneas.

3.10 Inecuaciones de valores absolutos de funciones. Propiedades. Resolución.

4. SISTEMAS DE ECUACIONES

4.1 Definiciones.

4.2 Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

4.3 Resolución de sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

4.4 Resolución de sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas: intersección de una recta y una cónica de ecuación en forma general y de dos cónicas de ecuaciones dadas en forma canónica.

4.5 Resolución de sistemas de ecuaciones exponenciales con dos incógnitas.

4.6 Resolución de sistemas de ecuaciones logarítmicas con dos incógnitas.

5. MATRICES Y DETERMINANTES (hasta 3 x 3)

5.1 Matriz

5.1.1 Definición. Notación.

5.1.2 Matriz fila. Matriz columna. Matriz cuadrada.



- 5.1.3 Matriz diagonal. Matriz escalar. Matriz identidad o unidad.
 - 5.1.4 Matriz transpuesta. Matriz simétrica.
 - 5.1.5 Operaciones con matrices:
 - 5.1.5.1 Suma. Resta.
 - 5.1.5.2 Multiplicación de una matriz por un número.
 - 5.1.5.3 Multiplicación de matrices
 - 5.2 Determinantes.
 - 5.2.1 Definición. Notación. Propiedades.
 - 5.2.2 Menor complementario. Definición.
 - 5.2.3 Adjunto. Definición.
 - 5.2.4 Métodos para el desarrollo de los determinantes: desarrollo de Sarrus y desarrollo Laplaciano (método del menor complementario)
 - 5.3 Matriz inversa. Definición. Notación. Propiedades.
 - 5.3.1 Condiciones para la existencia de la inversa de una matriz.
 - 5.3.2 Cálculo de la matriz inversa.
 - 5.4 Rango de una matriz. Definición. Dependencia e independencia lineal.
 - 5.4.1 Determinación del rango de una matriz.
 - 5.5 Resolución matricial de sistema de ecuaciones lineales
6. PROGRESIONES
- 6.1 Progresión Aritmética
 - 6.1.1 Definición. Notación. Deducción de la fórmula para calcular el n ésimo término. Deducción de la fórmula para calcular la suma de los n primeros términos. Media aritmética.
 - 6.1.2 Problemas de aplicación
 - 6.2 Progresión Geométrica.
 - 6.2.1 Definición. Notación. Deducción de la fórmula para calcular el n ésimo término. Deducción de la fórmula para calcular la suma de los n primeros términos. Media geométrica.
 - 6.2.2 Problemas de aplicación



IV. BIBLIOGRAFÍA

Textos Básicos

- Dr. Aurelio Baldor
Álgebra, con gráficos, ejercicios y problemas con respuestas.
Aritmética, Teórico y práctico, con ejercicios y problemas
Publicaciones Cultural S. A. de C. V. México. 19ª Reimpresión. 2004.
- Sinesio de Farías
Curso de Álgebra. Editora Globo

Textos Complementarios

- Francisco V. Pujol
Matemática Práctica I. 8ª Edición.
 - Earl W. Swokowski
Álgebra, Trigonometría con Geometría Analítica. 2ª Edición - Grupo Editorial Iberoamérica. 1.988
 - Walter Fleming – Dale Varberg
Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. 3ª Edición. Prentice-Hall Hispoamericana S.A.
 - Carlos Daniel Prado Pérez. Precálculo. – México – Pearson Educación, 2006.
 - Murray R. Spiegel. Algebra Superior. – México – Mc Graw - Hill, 1998.
 - Frank Ayres Jr. Matrices -- México – McGraw - Hill, 1992.
 - Ángel P. Secchia – Horacio Feliciangeli. Matrices y vectores – Asunción, 2002.
 - Seymour Lipschutz. Teoría de conjuntos y temas afines – México – Mc Graw - Hill, 1991.
 - José Von Lucken
Introducción a la Matemática
-