Simulación bidimensional de malla abierta del flujo bifásico cíclico con histéresis en un medio poroso homogéneo

Cristhian Colbes, Alumno, José Garay, Alumno, Christian Schaerer, Orientador Facultad de Ingeniería, UNA

Abstract—Hysteresis phenomenon presents in several physical systems, in particular in relative permeability of fluids in porous media. In this work we develop a two-phase reservoir simulator considering hysteresis effects. Mathematical model is obtained through mass conservation and Darcy's laws and resulting an hyperbolic equation. In contrast to previous works, it is considered hysteresis effects in both velocity and gravitational terms of the model simultaneously. It is presented a conservative numerical method of resolution, 1D and 2D simulations, and a likely control application for the simulator.

Index Terms—Godunov Method, Hysteresis, relative permeability, Riemann Problem, Scanning Hysteresis Model, two-phase flow in porous media.

Resumen—El fenómeno de histéresis se presenta en varios sistemas físicos, en particular en la permeabilidad relativa de fluidos en medios porosos. En este trabajo se desarrolla un simulador de reservorio con dos fases que considera los efectos de la histéresis. El modelo matemático obtenido de las leyes de conservación de masa y de Darcy resulta ser una ecuación hiperbólica. En contraste con trabajos anteriores, se consideran los efectos de la histéresis en los términos de velocidad y gravitacional del modelo simultáneamente. Se presentan un método numérico de resolución conservativo, simulaciones en 1D y 2D, y una posible aplicación de control para el simulador.

Palabras Claves—Flujo bifásico en medio poroso, histéresis, método de Godunov, permeabilidad relativa, problema de Riemann, Scanning Hysteresis Model.

I. INTRODUCCIÓN

L A histéresis es un fenómeno que se presenta en varios sistemas físicos, por ejemplo, sistemas magnéticos, eléctricos, elásticos, biológicos, hidrodinámicos, etc. El fenómeno de histéresis se manifiesta a través de la dependencia de la salida de un sistema no sólo en cuanto al valor de la entrada sino también de la historia de esta entrada o del estado interno del sistema (efecto de memoria). En ciertos casos los efectos de la histéresis resultan favorables para ciertas aplicaciones (por ejemplo, las memorias de los computadores), y en otros casos resultan desfavorables (perdidas de energía en los núcleos de transformadores).

Dos ejemplos de sistemas con histéresis con aplicaciones muy importantes son los Memristores y los medios porosos con fluidos en su interior. El Memristor, considerado como el cuarto elemento básico de los circuitos eléctricos y como el

Cristhian Colbes e-mail: ccolbes@hotmail.com

José Garay e-mail: jcg_sixers@hotmail.com

Christian Schaerer e-mail: chris.schaerer@gmail.com

dispositivo que va a revolucionar el mundo de la electrónica y la teoría de circuitos, es un dispositivo que se comporta como un resistor no lineal con histéresis en su resistencia. El sistema medio poroso- fluidos, como puede ser un vacimiento de petróleo o un depósito de gas natural, presenta histéresis en las permeabilidades relativas. Para este último ejemplo, la histéresis juega un papel importante en los procesos de producción (extracción) e inyección de hidrocarburos. Cabe destacar que existe una analogía entre sistemas eléctricos y sistemas hidrodinámicos, la cual es evidente desde el punto de vista de que las propiedades eléctricas y magnéticas son propiedades de las partículas físicas. Por ejemplo, la carga es análoga a la masa, la diferencia de potencial a la diferencia de presión, la ley de conservación de las cargas a la ley de conservación de masa, etc. Por tanto el sistema medio poroso-fluido puede ser representado por medio de un circuito eléctrico no lineal con histéresis en la resistencia. En este trabajo vamos a diseñar e implementar un simulador de reservorio (un sistema medio poroso-fluidos) que presenta histéresis en la permeabilidad relativa de la fase no mojante. El simulador de reservorio es un programa de computadora que resuelve las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema para cada instante de tiempo, permitiéndonos así conocer dicho comportamiento para cualquier intervalo de tiempo. Para desarrollar este simulador vamos a determinar previamente el modelo matemático del sistema, es decir, la malla abierta del sistema.

El propósito de un simulador de reservorio es predecir el comportamiento del reservorio bajo diferentes condiciones de operación, y determinar los métodos y medios idóneos que optimicen la extracción y almacenamiento de hidrocarburos. Entre las áreas de aplicación de los simuladores de reservorio se destacan la producción de petróleo (etapa de recuperación secundaria), y el almacenamiento de gas natural. En el área de almacenamiento de gas, el simulador de reservorio posibilita determinar el volumen de gas útil de un depósito subterráneo (en particular el volumen de gas útil en un acuífero a utilizar como reservorio de almacenamiento), permite adecuar las condiciones de operación del sistema de almacenamiento de acuerdo a la demanda de gas de los clientes, y optimizar el sistema de almacenamiento. También permitiría controlar el estado de carga y descarga del depósito así como la capacidad de distribución por día como veremos posteriormente; en términos de sistemas de control, el simulador sería una especie de observador de estado con la diferencia de que la salida del

sistema real no afecta la estimación de las variables de estado.

Al diseñar el simulador es importante tener en cuenta el fenómeno de histéresis presente en el reservorio para que el comportamiento estimado por el simulador concuerde con el comportamiento real del reservorio. De acuerdo a los experimentos hechos con núcleos de medios porosos [1], se pudo observar que las permeabilidades relativas tanto de la fase mojante como no mojante dependían de la saturación, de la tendencia de la saturación (a aumentar o disminuir) y del valor de la saturación antes del cambio de la tendencia de la saturación, en otras palabras, se vio que las permeabilidades relativas presentaban histéresis ya que los valores de éstas dependían no solo de la saturación sino también de la historia de la saturación. Existen varios trabajos en los que se presentaron observaciones y explicaciones sobre la histéresis en la permeabilidad relativa basadas en experimentos de laboratorio [1], [2], [10], sin embargo, en estos, el entendimiento matemático es insuficiente, impidiendo la inclusión de la histéresis en las simulaciones numéricas de reservorio. Existen otros trabajos donde se presentan fórmulas para las curvas de las permeabilidades relativas de drenaje (extracción de fluido), imbibición (inyección de fluido), y scanning [7], [8], y otro donde se consideran las curvas de drenaje e imbibición solamente [11]. En [3], [5], y [6] se presenta el modelo de histéresis denominado Scanning Hysteresis Model, el cual vamos a utilizar en este trabajo.

La histéresis en la permeabilidad relativa de la fase no mojante es transferida al modelo vía el flujo fraccional de la fase mojante y la movilidad de la fase no mojante, afectando los términos de velocidad y de gravedad de la función flujo. En contraste con los trabajos anteriores [5], [6], en este trabajo consideramos el fenómeno de histéresis afectando a los términos de velocidad y gravedad simultáneamente y extendemos la aplicación del simulador para casos de dos dimensiones.

En el final presentamos un posible esquema de sistema de control que utiliza el simulador para controlar un depósito de almacenamiento de gas.

II. MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA MEDIO POROSO-FLUIDOS PARA EL CASO DE DOS FASES

A. Conceptos y definiciones básicos

Poro: Es una porción diminuta del medio poroso capaz de ser ocupada por un fluido.

Porosidad (ϕ): Es la fracción del volumen total del medio poroso capaz de ser ocupada por fluido.

Fase: Es una región químicamente homogénea (misma composición química) y que está separada de otra región químicamente homogénea por medio de una interface.

Mojabilidad: Es el grado de preferencia que presenta un medio a ser mojado por una fase respecto a otra. Se denomina fase mojante a la fase preferida y fase no mojante a la menos preferida entre las dos. (En este trabajo la fase mojante es el agua y se representa por el subíndice w, y la no mojante es el gas y se representa por el subíndice g)

Permeabilidad: Es la capacidad de un medio poroso de conducir fluidos a través de sus poros interconectados.

Permeabilidad absoluta (k): Es la permeabilidad que presenta el medio en el caso de que haya una sola fase en su interior. Es una propiedad del medio y por tanto no depende del tipo de fluido.

Permeabilidad efectiva (k_{α}) : Es la permeabilidad que experimenta efectivamente una fase α al pasar por un medio poroso cuando hay más de una fase en el interior del medio, como consecuencia de la obstrucción que presentan las demás fases al movimiento de la fase en cuestión en el medio poroso. Es una propiedad compartida por el medio y el fluido, por tanto, varía según el tipo de fluido.

Permeabilidad relativa $(k_{r\alpha})$: La permeabilidad relativa de la fase α es el cociente entre la permeabilidad efectiva de dicha fase y la permeabilidad absoluta.

Viscosidad (μ_{α}): Propiedad de los fluidos que caracteriza su resistencia a fluir, debida al rozamiento entre sus moléculas.

Movilidad (λ_{α}) : La movilidad de una fase α se define como el cociente entre la permeabilidad relativa de la fase y la viscosidad de la misma. La movilidad total es la suma de las movilidades de todas las fases.

Flujo fraccional (f_{α}) : El flujo fraccional de una fase α se define como el cociente entre la movilidad de esa fase y la movilidad total. Representa el flujo volumétrico (caudal) fraccional de una fase para un gradiente de presión dado y la presencia de más de una fase.

Presión capilar(p_c): Se define como la diferencia de presión existente en cada fase($p_c = p_g - p_w$). Esta diferencia se da como consecuencia de las tensiones interfaciales existentes en la frontera de las fases.

Saturación(S_{α}): Es la fracción del volumen del poro que ocupa la fase α .

Saturación Residual (S_{α}) : Es el minimo valor de saturación que de una fase en un poro. La saturación residual de la fase mojante (agua) se representa por S_{wc} y la de la fase no mojante (gas) por S_{rq} .

Saturación normalizada(S): es una varible cuyo valor es 0 cuando $S_w = S_{wc}$ y 1 cuando $S_w = 1 - S_{rg}$.

B. Ecuación de Transporte

Consideramos el medio poroso como un tubo (de eje z) con una inclinación (ψ) respecto al plano horizontal, con un perfil de saturación inicial dado de dos fluidos inmiscibles e incompresibles. La ecuación de transporte del sistema reservoriofluidos obtenida en base a la ley de conservación de masa y la ley de Darcy es una ecuación en derivadas parciales hiperbólica (autovalores reales), cuya expresión es [9]:

$$\partial_t S + \nabla F(S, \pi) = 0 \tag{1}$$

donde F se denomina función flujo y su expresión es:

$$F = \frac{f_w \mathbf{u} - \lambda_o f_w (\rho_o - \rho_w) g \mathbf{k} \nabla z}{\phi}$$
(2)

En la expresión de F, **u** representa la velocidad total de flujo, que es la suma de las velocidades de ambas fases ($\mathbf{u} = \mathbf{u}_w + \mathbf{u}_g$). Podemos observar que la función flujo (F) depende del flujo fraccional de la fase mojante (fw) y de la movilidad de la fase no mojante (λ_g), por tanto, depende de las permeabilidades relativas de la fases mojante y no mojante.

C. Modelo de histéresis

Para modelar el fenómeno de histéresis observado en las permeabilidades relativas utilizamos en este trabajo el Scanning Hysteresis Model, presentado en [6]. Por simplicidad, suponemos que la permeabilidad relativa de la fase no mojante presenta histéresis mientras que la fase mojante no lo hace. Este modelo caracteriza la histéresis por medio de curvas de drenaje e imbibición de contorno y curvas intermedias llamadas curvas de scanning, estas últimas etiquetadas cada una con un valor de un parámetro denominado π , el cual es una variable de memoria que recuerda el valor de la saturación en el momento del cambio de la tendencia de la saturación. La región conteniendo a las curvas scanning delimitada por las curvas de drenaje e imbibición se denomina región de scanning y se representa por Ω . Las curvas de drenaje e imbibición representan procesos irreversibles, por tanto estas curvas tienen una orientación determinada (flujo en una dirección), y las curvas de scanning representan procesos reversibles(los cambios en la permeabilidad relativa son reversibles) por tanto el flujo sobre estas curvas puede tener cualquiera de las dos direcciones de flujo. Las expresiones matemáticas para la permeabilidad relativa de la fase mojante (k_{rq}) son:

$$k_{rg}^{d}(S) = (1-S)^{\eta} \text{ para} 0 < S < 1 \ \partial_{t}S < 0,$$
 (3)

$$k_{rg}^{i}(S) = (1-S)^{\theta} \text{ para} 0 < S < 1 \ \partial_{t}S > 0,$$
 (4)

$$k_{rg}^{sc}(S,\pi) = \frac{(1-\pi)^{\xi}}{(1-\alpha\pi)^{\zeta}} (1-\alpha S)^{\zeta} \quad \text{para } S \in \Omega.$$
 (5)

Los parámetros η , θ , ζ , ξ , α son parámetros utilizados para ajustar el modelo matemático de acuerdo a las curvas experimentales.

La expresión matemática que describe la permeabilidad relativa de la fase mojante (k_{rw}) es:

$$k_{rw}(S) = \gamma S_w^\beta,\tag{6}$$

donde γ y β son parámetros de ajuste. Los valores de los parámetros de ajuste utilizados en este trabajo son los propuestos en [6], y son $\eta = 3, \theta = 2, \zeta = 1, \xi = 1, \alpha = 0.5,$ $\gamma = 1, \mathbf{y} \ \beta = 2.$

Las curvas de scanning están definidas en el intervalo $S^{i}(\pi) < S < S^{d}(\pi)$. Los valores de los límites de este intervalo se obtienen al igualar $K_{rg}^i(S^i(\pi)) = K_{rg}^{sc}(S^i(\pi), \pi)$ y $K_{rq}^{d}(S^{d}(\pi)) = K_{rq}^{sc}(S^{d}(\pi), \pi).$

III. ESQUEMA NUMÉRICO

A. Método de Godunov Corregido

El método numérico utilizado en este trabajo para determinar la solución de la ecuación que modelan el sistema reservorio-fluido es el método de Godunov extendido [6], el cual es una extensión del método de Godunov clásico para incluir el parámetro π . Este esquema consta de dos etapas, predicción y corrección. Para aplicar este método, se discretiza el plano z-t en bloques denominados celdas (fig.1), y se discretizan las condiciones iniciales promediando los valores de las saturaciones en cada intervalo espacial correspondiente a cada celda, es decir se considera que en cada celda la saturación es constante; lo mismo para π .



Fig. 1. Discretización del plano z-t

En la etapa de predicción se aplica el método de Godunov clásico para determinar el valor de la saturación para el siguiente instante de tiempo. Así, la saturación de una celda para el siguiente instante de tiempo se calcula en base a: la saturación actual, los pasos (tamaños de los intervalos en que se divide el intervalo de observación) de tiempo y de espacio, y los flujos en las fronteras izquierda y derecha de la celda. Los flujos en las fronteras se determinan a partir de las soluciones de Riemann; las soluciones de Riemann se explican en la siguiente sección. La fórmula para el cálculo de la saturación de la j-ésima celda para el siguiente instante de tiempo (n+1) es:

$$S_{j}^{n+1} = S_{j}^{n} - \frac{\tau}{h} [F^{\#}((S_{j}^{n}, \pi_{j}^{n}), (S_{j+1}^{n}, \pi_{j+1}^{n})) - F^{\#}((S_{j-1}^{n}, \pi_{j-1}^{n}), (S_{j}^{n}, \pi_{j}^{n}))]$$
(7)

En la etapa de corrección se determina el valor de π de una celda para el siguiente instante de tiempo según la siguiente regla:

-Si el estado (S_j^{n+1}, π_j^n) cae dentro de la región de scanning entonces $\pi_j^{n+1} = \pi_j^n$. -Si el estado (S_j^{n+1}, π_j^n) cae fuera de la región de scanning y

debajo de la curva de imbibición entonces $\pi_i^{n+1} = \pi^i(S_i^{n+1})$.

-Si el estado (S_j^{n+1}, π_j^n) cae fuera de la región de scanning y encima de la curva de drenaje entonces $\pi_j^{n+1} = \pi^d(S_j^{n+1})$.

Este método de corrección se fundamenta en el hecho de que el paso de un estado situado en una curva de scanning a otro sobre la misma curva no cambia el valor del valor de π (el valor de π se conserva en la misma curva de scanning), sin embargo, el paso de un estado sobre una curva de scanning con una saturación dada a otro estado cuya saturación esté fuera del rango de valores de saturación para dicha curva de scanning implica un movimiento sobre la curva de drenaje o de imbibición, y como el valor de π no se conserva sobre las curvas de drenaje o imbibición, se tiene que hacer la corrección de π al valor de π correspondiente al estado con saturación igual al último valor de saturación y que se halla en la curva de drenaje o imbibición según corresponda.

B. Soluciones de Riemann y Flujo en Frontera

1) Soluciones de Riemann: El problema de Riemann se define como el caso de una ecuación hiperbólica con condiciones iniciales discontinuas (continuas y constantes a trozos). La solución a este problema se denomina solución de Riemann. El flujo en una frontera de una celda se determina a partir de la solución del Problema de Riemann local (la discontinuidad se presenta en la frontera común entre dos celdas) con condiciones iniciales:

$$(S,\pi)|_{t=0} = \begin{cases} (S_L,\pi_L) & \text{para } z < z_{\text{frontera}}, \\ (S_R,\pi_R) & \text{para } z > z_{\text{frontera}}. \end{cases}$$

Las soluciones se Riemann pueden ser distintos tipos de ondas, a saber, ondas de choque, ondas estacionarias, ondas de rarefacción, o un conjunto de éstas, dependiendo de los estados de las celdas a la izquierda (L) y a la derecha (R) de una frontera.

Método de determinación de solución de Riemann para valores cualesquiera de los estados L y R: El método utilizado para determinar la solución de Riemann correcta dados dos estados L y R cualesquiera está basado en el método empleado en [6]. Se divide la región de scanning Ω en un tipo de subregiones denominadas L-Regiones y en otro tipo de subregiones denominadas R-Regiones, este último conjunto de subregiones depende de cada L-Region, es decir, cada L-Region determina un conjunto de R-Regiones. A cada par L-Región - R-Región le corresponde una solución con una determinada forma, así, para determinar la solución correspondiente a los estados L y R basta con determinar en qué L-Región y en qué R-Región caen los estados L y R respectivamente.

2) Determinación de flujo en frontera a partir de las soluciones de Riemann: Las soluciones de Riemann pueden representarse en un plano z-t a través de sus características. Las "características" son curvas cuyas pendientes dan la velocidad de onda de un punto con saturación constante. Las características de las ondas de choque, rarefacción y estacionaria determinan (en el plano z-t) regiones con saturación y π constante, y como el flujo depende de la saturación y de π , también determinan regiones de flujo constante; las características de las ondas de rarefacción además de regiones con saturación y flujo constante determinan regiones donde la saturación y el flujo varían continuamente. De acuerdo a esta forma de representar las soluciones (según sus características), el método para obtener el valor del flujo en una frontera consiste en determinar en qué región, determinada por las características, cae la frontera en cuestión.

En la fig.2, observamos una solución de Riemann representada por sus características. La recta a la izquierda de la frontera (la frontera representada por el eje t) representa una onda de choque negativa sh(-), negativa porque viaja hacia la izquierda, y la que está a la derecha de la frontera representa una onda de choque positiva sh(+), positiva porque viaja hacia la derecha. Estas rectas delimitan regiones de flujo constante. Así, como la frontera cae en la región de flujo constante F_{I_2} , el flujo en la frontera es $F^{\#} = F_{I_2}$.



Fig. 2. Solución de Riemann representada por sus características

C. Extensión del esquema numérico para el caso 2D

En el caso bidimiensional, en contraste con el caso unidimiensional, las velocidades en general no son paralelas necesariamente, y las celdas tienen más de dos fronteras. En este trabajo se consideran celdas hexagonales, por tanto se tienen seis fronteras. Los flujos en las fronteras no son necesariamente normales a las celdas, y solamente los flujos normales a las celdas contribuyen al cambio en el valor de la saturación de celda, por tanto, cabe hacer una modificación en la fórmula presentada para el caso unidimiensional para hacerla aplicable a cualquier dimensión. Así, la fórmula de la etapa de predicción queda de la siguiente manera:

$$S_j^{n+1} = S_j^n - \frac{\tau}{h} \sum_{i=1}^6 F_{ji_N}^\#$$
(8)

donde es el flujo normal en la i-ésima frontera de la j-ésima celda.

La etapa de corrección para el caso bidimensional permanece igual a la del caso unidimensional.

IV. IMPLEMENTACIÓN DEL SIMULADOR

Para implementar el simulador se utilizaron las herramientas MATLAB y MAPLE.

A. Función FlujoFronteraf

El módulo principal y el más complejo dentro del algoritmo del simulador es el módulo FlujoFronteraf, el cual se encarga de determinar en qué L-Región y en qué R-Región caen los estados L y R de una frontera, y en base a estas regiones determina el flujo en esa frontera; el algoritmo de la función FlujoFronteraf contiene las condiciones que tiene que reunir un estado para pertenecer a una u otra región. Esta función recibe como datos de entrada el estado iquierdo $L(S_L, \pi_L)$ y el derecho $R(S_R, \pi_R)$ de la frontera, las velocidades de las fases $(u_w y u_g)$, la aceleración gravitacional (g), y devuelve el valor del flujo en la frontera.

B. Algoritmo del Simulador

El algoritmo del simulador se puede apreciar en la fig.3. En el bloque Carga de datos se cargan los datos físicos (permeabilidad absoluta, aceleración gravitacional, porosidad, ángulo de inclinación, etc.) y los datos de malla (tamaño del intervalo de observación espacial (x_0, x_f) y del intervalo de



Fig. 3. Algoritmo de simulación

observación temporal (t_0, t_f) , número de sub-intervalos del espacio de observación (Nx, Ny), etc.). En el bloque Carga de C.I y C.F se cargan las condiciones iniciales y las de contorno de la saturación y de π . En el bloque Cálculo de velocidades se calculan las velocidades en el espacio discreto; las velocidades se determinan resolviendo la ecuación de Laplace $\nabla \mathbf{u} = 0$ mediante elementos finitos. El bloque Cálculo de Flujos en las fronteras calcula los flujos en todas las fronteras de celda utilizando la función FlujoFronteraf. El bloque Cálculo de saturación y π implementa las etapas de predicción y corrección del esquema numérico. El bloque de decisión Celcont < Nx * Ny representa la condición de que se lleven a cabo los procesos de Cálculo de flujos en las fronteras y Cálculo de saturación y π para todas las celdas, incrementándose el contador hasta cumplirse la condición. El bloque de decisión Tcont < Nt representa la condición de realizar los cálculos anteriores para los distintos instantes que comprenden el tiempo de observación.

V. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Las simulaciones en 1D y 2D se llevaron a cabo utilizando los siguientes datos físicos: permeabilidad absoluta k = 11.84×10^{-8} cm² (11.84 Darcys), porosidad $\phi = 0.389$, viscosidad de la fase mojante $\mu_w = 1cp$, viscosidad de la fase no mojante $\mu_g = 0.9cp$, densidad de la fase mojante $\rho_w = 1g/cm3$, densidad de la fase no mojante $\rho_g = 0.844g/cm3$. En cuanto a los datos de malla, se utilizaron distintos valores para los intervalos de observación espacial y temporal así como la cantidad de intervalos más pequeños en los que se dividían estos intervalos al discretizarlos.



(b) Resulado de la simulación en 1D

Fig. 4. Solución de Riemann y resultado de la simulación en 1D



Fig. 5. Resultado de simulación en 2D

A. Resultados para 1D

Con el propósito de validar los resultados obtenidos con el simulador, se utilizaron como condiciones iniciales y de frontera solamente dos estados (dos valores de saturación separados por una discontinuidad, lo mismo para π), ya que para estos casos se conocen las soluciones analíticas del



Fig. 6. Esquema de sistema de control de un depósito de gas natural

modelo, permitiendo comparar los resultados numéricos con los teóricos.

B. Resultados para 2D

Dado a que no se cuenta con datos experimentales para contrastar con los resultados en 2D, para validar los resultados del simulador en los casos 2D, las simulaciones llevadas a cabo se hicieron tomando la aceleración gravitacional g = 0 y las velocidades constantes, horizontales y paralelas entre sí en toda la malla; así se llevo al caso equivalente 1D (velocidades en una sola dirección).

Cada perfil resultante al cortar la superficie de la fig. 5 con un plano vertical (plano saturación-x) representa un caso 1D. Este resultado corresponde a una solución teórica 1D de onda estacionaria-onda de choque positiva, como ocurre en los casos cuando g = 0.

VI. ESQUEMA DE UN SISTEMA DE CONTROL DE Almacenamiento de gas natural

En el esquema de control de la fig. 6 podemos ver que el simulador actúa como una planta virtual. El controlador monitorea el volumen de gas a partir del perfil de saturación (el volumen almacenado puede calcularse a partir del perfil de saturación, la porosidad, y la densidad del fluido). El controlador determina si el volumen en el reservorio esta dentro del rango (mínimo, máximo) o si la presión en la entrada es la adecuada para extraer el volumen de gas necesario por día (capacidad de distribución) y determina acciones de control de acuerdo a la condición del reservorio, las cuales van a los actuadores y estos ejecutan la acción de control sobre el sistema real. Al mismo tiempo se envían al simulador señales de control equivalentes (condiciones de frontera) a una determinada acción de control.

VII. CONCLUSION

-De acuerdo a los resultados de las simulaciones, se pudo comprobar que los resultados numéricos concordaban con los resultados teóricos previstos, por tanto, el esquema numérico, el método de determinación de las soluciones de Riemann y asignación de flujos en las fronteras, y el algoritmo del simulador funcionan correctamente para los casos 1D y 2D. -Se pudo observar en las simulaciones que se necesita un procesador con gran capacidad de procesamiento, especialmente en los casos 2D, para que la simulación no lleve demasiado tiempo. Los tiempos de simulación obtenidos justifican la implementación del simulador en un lenguaje de programación compilado como lenguaje C en vez de MATLAB, ya que este último es un lenguaje de programación interpretado y por tanto más lento a la hora de ejecutar el algoritmo.

-El simulador bien podría utilizarse para diseñar un controlador de volumen de gas de un depósito de almacenamiento de gas natural subterráneo.

-Dada la analogía entre sistemas eléctricos e hidrodinámicos, este simulador podría llegar a ser útil en el área de circuitos eléctricos no lineales donde las resistencias de los resistores no son lineales y presentan histéresis; en particular podrían utilizarse para determinar el perfil de las cargas dentro de estos dispositivos para un instante de tiempo determinado.

REFERENCIAS

- Braun E.M. and Holland R.F., *Relative permeability hysteresis: laboratory measurements and a conceptual model*, SPE Reservoir Engineering, No. 28615, pp. 222–228, 1995.
- [2] Colonna J., Brissaud F., and Millet J.L., Evolution of capillarity and relative permeability hysteresis, Transactions volume 253, SPE No. 2941, 1972.
- [3] Furati K.M., Effects of relative permeability history dependence on twophase flow in porous media, Transport in Porous Media, Vol. 28, pp. 181–203, 1997.
- [4] Kjosavik A., Ringen J.K. and Skjaeveland S.M., *Relative permeability correlation for mixed-wet reservoirs*, SPEJ, March, pp 49-58, 2002.
- [5] Plorh B., Marchesin D., Bedrikovetsky P., Krause P., Modeling hysteresis in porous media flow via relaxation, Computational Geosciences, Vol. 5, No 3, pp. 225-256, 2001.
- [6] Schaerer C.E., Sarkis M., Marchesin D. and Bedrikovetsky P., Counterflow segregation problem with hysteretic permeability, SIAM Journal of Applied Mathematics-SIAP, Vol. 66, No 5, pp 1512–1532, 2006.
- [7] K. Aziz and A. Settari, *Petroleum Reservoir Simulation*, Applied Science, London, 1979.
- [8] J. E. Killough, Reservoir simulation with history-dependent saturation functions, SPE J., 1976, pp. 37-48 (paper 5106-PA).
- [9] Z. Chen, Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery, SIAM, Calgary, Alberta, 2007.
- [10] W. W. Owens and D. L. Archer, *The effect of rock wettability on oil-water relative permeability relationships*, J. Petroleum Tech. AIME, 1971, pp. 873-878 (paper 3034-PA).
- [11] H. B. Medeiros, D. Marchesin, and P. L. Paes Leme, Hysteresis in two-phase flow: A simple mathematical model, Comput. Appl. Math., 17 (1998), pp. 81-99.
- [12] Godunov S.K., A finite difference method for the numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics, Mat. Sb., Vol. 47, pp 271–290, 1959.
- [13] Oleinik O.A., Uniqueness and stability of the generalized solution of the Cauchy problem form a quasilinear equeation, Uspekhi Mat. Nauk. 14, pp 165–170, 1959. English translation in Amer. Math. Soc. Trans. Ser., No 2, 33, pp. 285-290, 1964.