

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA**



CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA (CPI)

PROGRAMA DE ASIGNATURA

CÁLCULO DIFERENCIAL

AÑO 2014

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

I. FUNDAMENTACIÓN

El curso de Cálculo Diferencial proporciona las herramientas fundamentales para entender la teoría básica sobre funciones de una variable real y sus derivadas.

En este curso el alumno desarrollará las habilidades que le permitirán: comprender las funciones de variable real, calcular la derivada de una función, hacer una grafica del mismo y aplicar esta herramienta en la solución de problemas en Matemáticas, Física y otras áreas.

II. OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES

1. Comprender los conceptos de límite, continuidad y derivada de una función en una variable real para la solución de problemas que involucren derivadas.
2. Aplicar el cálculo de valores extremos y el análisis de las características de una curva para el esbozo de gráficas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Comprender las propiedades algebraicas y geométricas de las funciones para usarlas posteriormente en el desarrollo de la teoría del cálculo.
2. Comprender el concepto de límite y aplicarlo para definir la continuidad de una función en un punto. Aprender a usar los teoremas de límites para calcular límites finitos de funciones elementales y resolver problemas de continuidad.
3. Aplicar el concepto de límite para comprender la derivada de una función en un punto.
4. Conocer la interpretación geométrica y física de la derivada para aplicarla en la solución de problemas.
5. Conocer las propiedades de la derivada para usarla en el cálculo de derivadas de funciones diferenciales.
6. Comprender los Teoremas de Rolle, Lagrange o Valor medio, Cauchy y L'Hospital para usarlos en la solución problemas.
7. Aplicar el cálculo diferencial en el trazado de la gráfica de una función.
8. Aplicar el cálculo diferencial en problemas de la Física y de otras ciencias.

III. CONTENIDOS

PROGRAMA SINTÉTICO

Conjuntos de números. Intervalos abiertos y cerrados. Sucesión. Concepto. Funciones de una variable real. Concepto. Variables dependientes e independientes. Dominio, codominio y Rango.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

Funciones: Inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Clasificación de las funciones. Elementales y compuestas. Función algebraica y trascendente. Funciones Potenciales. Funciones racionales e irracionales. Funciones exponencial y logarítmica. Funciones trigonométrica u trigonométricas inversas. Funciones hiperbólicas e hiperbólicas inversas. Funciones compuestas. Gráfica de funciones. Funciones definidas por intervalos o a trozos. Método de expresión de las funciones. Método de expresión analítica de las funciones. Funciones: Implícita, explícita y paramétricas. Funciones pares e impares. Funciones Directas e inversas. Propiedades de las funciones inversas. Simetría de la gráfica de funciones. Funciones monótonas. Funciones crecientes y decrecientes.

Operaciones elementales con funciones. Definición. Propiedades. Composición de funciones.

Sucesiones. Sucesiones convergentes y divergentes. Límites de sucesiones. Operaciones con sucesiones. Límite de funciones de variable real. Definición, Existencia y unicidad. Límite de funciones de variables reales. Propiedades. Límites laterales. Límites infinitos. Límites indeterminados. Operaciones elementales con límites de funciones.

Infinitésimos y cantidades infinitamente grandes. Definición. Clasificación. Comparación.

Continuidad de las funciones en un punto y en un dominio real. Propiedades de las funciones continuas. Discontinuidad. Definición. Tipos. Gráficos.

Derivada. Definición. Existencia y unicidad. Significado geométrico. Derivadas de orden superior. Reglas de derivación. Derivada de funciones algebraicas y trascendentes. Funciones algebraicas. Funciones trigonométricas. Funciones exponencial y logarítmica. Funciones compuestas. Regla de la Cadena.

Derivada de Funciones elementales directas e inversa. Derivada de Funciones compuestas. Derivada de funciones implícitas, paramétricas y polares.

Diferencial de funciones de una variable real. Definición. Interpretación geométrica. Cálculos aproximados. Diferencial de segundo orden. Definición.

Teoremas fundamentales del Cálculo Diferencial: Teoremas de Rolle, Lagrange o Valor medio, Cauchy y L'Hospital. Cálculo de indeterminaciones diversas. Regla de L' Hospital.

Ecuación de la recta tangente y de la recta normal. Teoremas relativos. Angulo entre curvas.

Análisis de curvas planas. Funciones crecientes y decrecientes. Puntos críticos, extremos relativos. Puntos de inflexión.

Máximos y mínimos absolutos y relativos. Concavidad y convexidad. Asíntotas.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

PROGRAMA ANALÍTICO

1. FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Reconocer funciones de una variable real.
2. Clasificar las funciones en: Elementales y compuestas. Implícita y explícita. Función algebraica y trascendente. Directa e inversa. Inyectiva, sobreyectiva y biyectiva.
3. Graficar funciones.
4. Obtener el dominio y rango de funciones en forma analítica y grafica.
5. Operar con funciones.

CONTENIDO DEL CAPÍTULO

- 1.1 Conjuntos de números. Representación. Intervalos abiertos y cerrados. Sucesión. Concepto. Funciones de una variable real. Concepto. Variables dependientes e independientes. Dominio, codominio y Rango. Gráfico.
- 1.2 Función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Concepto. Representación.
- 1.3 Clasificación de las funciones:
 - 1.3.1 Elementales y compuestas.
 - 1.3.2 Función elemental algebraica y trascendente.
 - 1.3.3 Funciones Potenciales: constantes, lineales, cuadráticas, cúbicas, de enésimo grado.
 - 1.3.4 Funciones racionales e irracionales.
 - 1.3.5 Funciones exponenciales y logarítmicas.
 - 1.3.6 Funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.
 - 1.3.7 Funciones hiperbólicas e hiperbólicas inversas.
 - 1.3.8 Funciones compuestas.
 - 1.3.9 Funciones definidas por intervalos o a trozos.
 - 1.3.10 Método de expresión de funciones: Implícita y explícita. Funciones paramétricas.
 - 1.3.11 Funciones pares e impares. Propiedades.
 - 1.3.12 Funciones Directas e inversas. Propiedades. Simetría de la gráfica de funciones.
 - 1.3.13 Funciones monótonas. Funciones crecientes y decrecientes.
- 1.4 Gráfica de funciones.
- 1.5 Operaciones elementales con funciones. Definición. Propiedades. Composición de funciones simples y a trozos.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

2. LÍMITE DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Comprender el límite de funciones.
2. Aplicar propiedades de los límites en la obtención del límite de funciones.
3. Encontrar discontinuidades e intervalos de continuidad en una función.
4. Clasificar las discontinuidades y levantarlas en los casos reversibles.

CONTENIDO DEL CAPÍTULO

- 2.1 Sucesiones. Sucesiones convergentes y divergentes. Límites de sucesiones. Operaciones con sucesiones.
- 2.2 Límite de funciones de variable real. Definición, Existencia y unicidad.
- 2.3 Límite de funciones de variable real. Propiedades
- 2.4 Límites laterales.
- 2.5 Límites finitos e infinitos.
- 2.6 Límites indeterminados.
- 2.7 Operaciones elementales con límites de funciones.
- 2.8 Infinitésimos y cantidades infinitamente grandes. Definición. Clasificación. Comparación.
- 2.9 Continuidad de las funciones en un punto y en un dominio real. Propiedades de las funciones continuas.
- 2.10 Discontinuidad. Concepto. Tipos. Gráficos.

3. DERIVADA DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Comprender el concepto de derivada y su significado geométrico.
2. Utilizar las reglas de derivación práctica para derivar funciones.
3. Diferenciar funciones y realizar cálculos aproximados de funciones a partir de las diferenciales.
4. Aplicar teoremas fundamentales de derivación en la resolución de ejercicios.
5. Levantar indeterminaciones por medio de la regla de L' Hospital.
6. Obtener las rectas tangentes y normales a una curva en un punto, y las longitudes de las proyecciones de estas sobre los ejes ordenados, por medio de derivadas.
7. Hallar el ángulo entre curvas.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

CONTENIDO DEL CAPÍTULO

- 3.1 Definición de la derivada de una función. Existencia y unicidad. Significado geométrico. Derivadas de orden superior.
- 3.2 Reglas de derivación.
- 3.3 Derivada de:
 - 3.3.1 Funciones elementales algebraicas.
 - 3.3.2 Funciones trascendentes trigonométricas.
 - 3.3.3 Funciones trascendentes exponenciales y logarítmicas.
 - 3.3.4 Funciones trascendentes hiperbólicas.
 - 3.3.5 Funciones directas e inversas.
 - 3.3.6 Funciones compuestas. Regla de la cadena.
 - 3.3.7 Funciones implícitas.
 - 3.3.8 Funciones expresadas por ecuaciones paramétricas.
 - 3.3.9 Funciones expresadas en coordenadas polares.
 - 3.3.10 Derivadas de Orden superior.
- 3.4 Diferencial de una función. Definición. Interpretación geométrica. Cálculos aproximados. Diferenciales de segundo orden y de orden superior
- 3.5 Teoremas fundamentales del Calculo Diferencial. Teorema de Rolle, Lagrange o Valor medio, de Cauchy y de L'Hospital.
- 3.6 Cálculo de indeterminaciones diversas. Regla de L' Hospital.
- 3.7 Ecuación de la recta tangente y de la normal a una curva plana.
 - 3.7.1 Teoremas relativos.
 - 3.7.2 Longitudes de la tangente, normal, sub tangente y sub normal.
 - 3.7.3 Angulo entre dos curvas.

4. EXTREMOS DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Analizar las curvas a partir de los puntos críticos de la función.
2. Aplicar los conceptos de Máximos y Mínimos en la resolución de problemas.

CONTENIDO DEL CAPÍTULO

- 4.1 Análisis de curvas planas. Funciones crecientes y decrecientes. Puntos críticos, extremos relativos y puntos de inflexión.
- 4.2 Máximos y mínimos absolutos y relativos. Definiciones. Teoremas. Aplicaciones.
- 4.3 Concavidad y convexidad. Definición. Teoremas.
- 4.4 Asíntotas. Definición. Clasificación.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL

IV. BIBLIOGRAFIA

TEXTOS BÁSICOS

- Piskunov, N. Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Montaner y Simón. S.A. Barcelona.
- Demidovich, B. Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Paraninfo. Madrid 1.990.
- Larson, R; Hostetler, R., Edwards, B. Cálculo. Editorial Mc Graw Hill. México 1.999.

TEXTOS COMPLEMENTARIOS

- James Stewart. Cálculo trascendente tempranas – Australia – Thomson, 2002.
- Frank Ayres Jr – EllitMendelson. Cálculo diferencial e integral – 3a.ed. – Madrid – McGraw - Hill, 1991.(Serie Schaum)
- Gerald L. Bradley – Karl J. Smith. Cálculo de una variable – Madrid –Prentice Hall, 1998. Vol. 1
- Edwin J. Purcell –Dale Varberg –Steven E. Bigdon. Cálculo – 9ª. ed. -- México : Pearson Educación, 2007.
- Francisco Granero. Cálculo Infinitesimal. Editorial Mc Graw Hill. Interamericana S.A. Madrid 1.995.
- Edwin J. Purcell – DaleVarberg. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Prentice Hall. 1992.
- Hasser La Salle – Sullivan J. Análisis Matemático. EditorialTrillas. México 1.992.
- Robert T. Smith –Roland B. Minton. Cálculo – Volumen1. Editorial Mc GrawHill