

2^{do} EXAMEN PARCIAL de FÍSICA III

30/noviembre/2007

Alumno Sección:

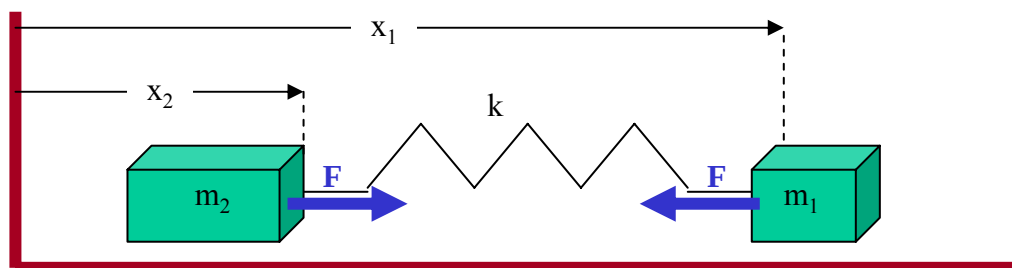
NOTA IMPORTANTE:

Si bien el examen tiene 5 temas, solo se sumarán puntos de los 4 temas con mayor puntaje. El alumno puede dejar de resolver un tema, o si prefiere, puede resolver todos los temas, pero solo sumarán puntos los 4 temas con mayor puntaje.

T1	
T2	
T3	
T4	
T5	
%	
30	
70	
Final	

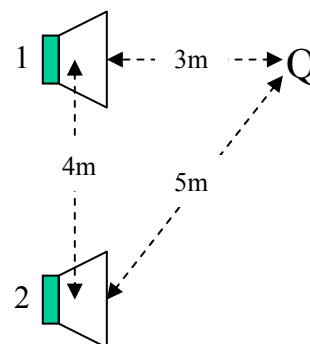
TEMA 1

En la naturaleza se encuentran varios sistemas oscilantes formados por un cuerpo doble como el ilustrado en la figura, que aproxima el comportamiento de moléculas diatómicas como H_2 , CO , HCl , etc. Sabiendo que el resorte de la figura tiene una longitud L y una constante k , calcular el periodo de oscilación del cuerpo doble mostrado en la figura en función del resorte y las masas m_1 y m_2 , despreciando cualquier fuerza no conservativa.
Sugerencia: usar variable auxiliar $x = x_1 - x_2 - L$.



TEMA 2

Sea I_1 la intensidad en el punto Q cuando solo funciona el altavoz 1 de la figura, emitiendo un sonido con frecuencia de 220 ciclos por segundo. Si ahora se enciende también el altavoz 2 en fase con el primer altavoz y la misma potencia, calcular en cuantos decibeles varía la intensidad en el punto Q usando un signo positivo en su respuesta si la intensidad aumenta, o un signo negativo si la intensidad baja. Asumir que el sonido emitido por un altavoz se propaga de igual forma en todas las direcciones posibles, con una velocidad de 330 m/s.



TEMA 3

En 1941 Rossi y Hall realizan un experimento, repetido en 1963 por Frisch y Smith, para demostrar la validez de la teoría especial de la relatividad. Los investigadores midieron la concentración de muones μ formados en la atmósfera debido a los rayos cósmicos que llegan a nuestro planeta, a nivel del mar (N_0) y en una montaña a 2.000 m sobre el nivel del mar (N_1). Estos muones viajan a $0,995c$ y tienen una vida media de $2.2 \mu s$. *Recordar que en fenómenos radiactivos:* $N = N_0 e^{-t/\tau}$, donde τ se conoce como tiempo de vida o vida media.

- a) ¿Qué porcentaje de los muones encontrados a 2.000 m, deberían ser encontrados a nivel del mar, según la teoría clásica?.
- b) ¿Qué porcentaje de los muones encontrados a 2.000 m, deberían ser encontrados a nivel del mar, según la teoría especial de la relatividad?.
- c) ¿Qué porcentaje de muones considera, ha sido experimentalmente medido, porqué?.

TEMA 4

Un electrón en estado estacionario, está dentro de un pozo infinito de energía de $0,1 \text{ nm}$ de longitud (clase 9). Calcular en unidades del sistema internacional:

- a) El nivel energético más bajo que puede tener dicho electrón.
- b) La mínima frecuencia que podría tener un fotón como para elevar dicho electrón a un nivel energético superior.

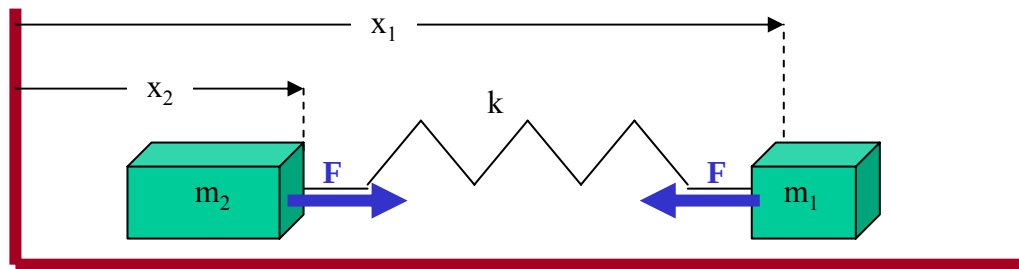
TEMA 5

Calcular la probabilidad de encontrar al electrón del Tema 4 en el primer tercio del pozo de potencial infinito con longitud de $0,1 \text{ nm}$ (esto es, en el espacio entre $x = 0$ y $x = 0,03333... \text{ nm}$), asumiendo que el mismo se encuentra en el nivel de menor energía, ya calculado en el referido tema 4.

Recordar que: $\int \sin^2(ax) dx = x/2 - \sin(2ax) / 4a$

TEMA 1 [FISICA – parte I, de Resnick & Halliday, 10ª impresión de 1976, Cap. 15, pg. 491]

En la naturaleza se encuentran varios sistemas oscilantes formados por un cuerpo doble como el ilustrado en la figura, que aproxima el comportamiento de moléculas diatómicas como H_2 , CO , HCl , etc. Sabiendo que el resorte de la figura tiene una longitud L y una constante k , calcular el periodo de oscilación del cuerpo doble mostrado en la figura en función del resorte y las masas m_1 y m_2 , despreciando cualquier fuerza no conservativa. Sugerencia: usar variable auxiliar $x = x_1 - x_2 - L$.



De la sugerencia: $x = x_2 - x_1 - L$ (1)

Derivando 2 veces: $\ddot{x} = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1$ (2)

Para m_1 : $m_1 \ddot{x}_1 = -k x$ (3)

Para m_2 : $m_2 \ddot{x}_2 = +k x$ (4)

Variable auxiliar: $u = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ (5)

Multiplicando (3) por m_2 y (4) por m_1 para luego sumar estas relaciones y dividir todo por $(m_1 + m_2)$, se obtiene:

$$u (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) = -kx \quad (6)$$

que por (2) resulta en: $u\ddot{x} = -kx$ (7)

Que es la ecuación diferencial de un movimiento armónico simple, con frecuencia angular $\omega^2 = k/u$, de donde el periodo T será finalmente:

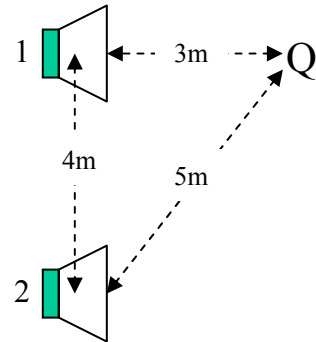
Respuesta:

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{m_1 m_2 / k (m_1 + m_2)}$$

TEMA 2

Sea I_1 la intensidad en el punto Q cuando solo funciona el altavoz 1 de la figura, emitiendo un sonido con frecuencia de 220 ciclos por segundo. Si ahora se enciende también el altavoz 2 en fase con el primer altavoz y la misma potencia, calcular en cuantos decibeles varía la intensidad en el punto Q usando un signo positivo en su respuesta si la intensidad aumenta, o un signo negativo si la intensidad baja.

Asumir que el sonido emitido por un altavoz se propaga de igual forma en todas las direcciones posibles, con una velocidad de 330 m/s.



Longitud de onda: $\lambda = c / f = 330 \text{ [m/s]} / 220 \text{ [Hz]} = 1,5 \text{ [m]}$

Diferencia de camino en Q: $d = 5 \text{ m} - 3 \text{ m} = 2 \text{ m}$, lo que produce (por regla-de-3)

una diferencia de fase en Q: $\phi = 2\pi d / \lambda = 2\pi * 2 \text{ [m]} / 1,5 \text{ [m]} = 8,37758 \text{ [rd]}$

Como la energía emitida por cada altavoz se distribuye en una superficie esférica, la amplitud relativa de los M.A.S. producidos por cada altavoz será:

$$3 A_1 = 5 A_2, \text{ de donde } A_2 = 0,6 A_1$$

Sumando el M.A.S. producido por cada altavoz resulta (suma de 2 vectores con diferencia de fase ϕ):

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\phi) = A_1^2 + 0,36 A_1^2 + 2 * 0,6 * \cos(8,37758) A_1^2$$

$$A^2 = 0,76 A_1^2, \text{ por lo que } I_Q = 0,76 I_1$$

Consecuentemente, la intensidad disminuye, variando en:

$$\beta = 10 \log (I_Q / I_1) \text{ [dB]}$$

$$\beta = 10 \log (0,76) = -1,191864 \text{ [dB]}$$

RESPUESTA: la variación es de -1,191864 [dB], es decir decrece.

TEMA 3 [FISICA Universitaria – vol. 2, de Benson, re-impresión del 2000, Cap. 18, pg. 458 y 459]

En 1941 Rossi y Hall realizan un experimento, repetido en 1963 por Frisch y Smith, para demostrar la validez de la teoría especial de la relatividad. Los investigadores midieron la concentración de muones μ formados en la atmósfera debido a los rayos cósmicos que llegan a nuestro planeta, a nivel del mar (N_0) y en una montaña a 2.000 m sobre el nivel del mar (N_1). Estos muones viajan a $0,995c$ y tienen una vida media de $2.2 \mu s$. *Recordar que en fenómenos radiactivos:* $N = N_0 e^{-t/\tau}$, donde τ se conoce como tiempo de vida o vida media.

a) ¿Qué porcentaje de los muones encontrados a 2.000 m, deberían ser encontrados a nivel del mar, según la teoría clásica?

b) ¿Qué porcentaje de los muones encontrados a 2.000 m, deberían ser encontrados a nivel del mar, según la teoría especial de la relatividad?

c) ¿Qué porcentaje de muones considera, ha sido experimentalmente medido, por qué?

a) Teoría clásica

$$\Delta t = x/v = 2.000 \text{ [m]} / 0,995 \times 3 \times 10^8 \text{ [m/s]} = 6,7 \times 10^{-6} \text{ s} = 6,7 \mu s.$$

Como $N = N_0 e^{-t/\tau}$, la relación N/N_0 será:

$$N/N_0 = e^{-6,7/2,2} = 0,05, \text{ por lo que solo 5\% de los muones llega al nivel del mar.}$$

b) Teoría Relativista

$$\beta = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = (1 - 0,995^2)^{-1/2} = 10$$

Por la dilatación del tiempo: $\tau' = \tau \beta = 22 \mu s$

$$N/N_0 = e^{-6,7/22} > 0,7, \text{ es decir: más del 70\% de los muones llega al nivel del mar !.}$$

c) Como dice el enunciado, el experimento demuestra la mayor exactitud de la teoría especial de la relatividad, por lo que se detectaron niveles de concentración de muones superior al 70%.

TEMA 4 [FISICA Universitaria – vol. 2, de Benson, re-impresión del 2000, Cap. 18, pg. 158, Ej. 18.1]

Un electrón en estado estacionario, está dentro de un pozo infinito de energía de 0,1 nm de longitud (clase 9). Calcular en unidades del sistema internacional:

- a) El nivel energético más bajo que puede tener dicho electrón.
- b) La mínima frecuencia que podría tener un fotón como para elevar dicho electrón a un nivel energético superior.

$$L = 10^{-10} \text{ [m]}$$

$$\text{En estado estacionario: } \Psi(x,t) = \Psi(x) e^{-iEt/\hbar}$$

$$\text{Condición de borde: } \Psi(x=0) = \Psi(x=L) = 0$$

Resulta en:

$$\Psi(x) = A \sin(n\pi x / L), \quad \text{con } n= 1, 2, 3, \dots \text{ para soluciones físicas,}$$

$$\text{con energías: } E_n = n^2 h^2 / 8mL^2$$

RESPUESTAS:

- (a) El nivel de menor energía se obtiene para $n=1$, y es

$$E_1 = h^2 / 8mL^2 = (6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2 / 8 \times 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (10^{-10} \text{ m})^2 = 6,03 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- (b) El segundo nivel de Energía es $E_2 = n^2 E_1 = 2^2 \times 6,03 \times 10^{-19} \text{ J} = 24,12 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$\text{por lo que la mínima diferencia de energía será: } \Delta E = E_2 - E_1 = 18,09 \times 10^{-19} \text{ J,}$$

y como para un fotón: $\Delta E = hf$, se tiene que:

$$f = \Delta E / h = 2,7 \times 10^{15} \text{ Hz} = 2,7 \text{ PHz} \text{ (ultravioleta extremo, ya cercano a los rayos X)}$$

TEMA 5

Calcular la probabilidad de encontrar al electrón del Tema 4 en el primer tercio del pozo de potencial infinito con longitud de 0,1 nm (esto es, en el espacio entre $x=0$ y $x=0,03333\ldots$ nm), asumiendo que el mismo se encuentra en el nivel de menor energía, ya calculado en el referido tema 4.

Recordar que: $\int \sin^2(ax) dx = x/2 - \sin(2ax) / 4a$

Respuesta:

$L = 10^{-10}$ [m], y $n=1$. De la solución del problema anterior se tiene que:

$$\Psi(x,t) = \Psi(x) e^{-iEt/\hbar} = A \sin(n\pi x / L) e^{-iEt/\hbar}$$

Recordando que para el caso estacionario, $|\Psi(x,t)| = |\Psi(x)|$

Por definición de probabilidades: $\int_0^L A^2 \sin^2(n\pi x / L) dx = 1$

de donde: $A = (2/L)^{1/2}$

La probabilidad P de encontrar al electrón entre 0 y $L/3$ es entonces:

$$P = \int_0^{L/3} A^2 \sin^2(n\pi x / L) dx = \int_0^{L/3} (2/L) \sin^2(\pi x / L) dx$$

$$P = 2/L \left[L/6 - L \sin(2\pi/3)/2\pi - 0 \right] = 0,1955$$