



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

Campus de la UNA, San Lorenzo, 14 de noviembre de 2017.

VISTO:

- Lo dispuesto en el Art. 37 del Estatuto de la Universidad Nacional de Asunción.
- El Memorandum N° 18-002/2017, del Prof. Ing. Ernesto Arce Schaerer, Director del Curso de Nivelación y del Curso Preparatorio de Ingreso.
- El Memorandum – CA N° 18/2017, del Comité Permanente de Admisión de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Asunción
- El acta N° 1349/2017 de fecha 13 de noviembre de 2017; y

CONSIDERANDO

Que, el Estatuto de la Universidad Nacional de Asunción en el Artículo 37 determina de manera clara y expresa las atribuciones y deberes del Consejo Directivo: "Son atribuciones del Consejo Directivo": inciso t) Dictar resoluciones y aplicar sanciones; e inciso r) Establecer el régimen de admisión, permanencia y promoción de las carreras.

Que, mediante el Memorandum N° 18-002/2017, del Prof. Ing. Ernesto Arce Shaerer, Director del Curso de Nivelación y del Curso Preparatorio de Ingreso, pone a consideración los programas de las asignaturas Matemática I y Matemática II para el Proceso de Admisión al Curso Preparatorio de Ingeniería 2018 (PRO-A-CPI).

Que, mediante el Memorandum – CA N° 18/2017, el Comité Permanente de Admisión de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Asunción, eleva la propuesta de la Dirección de Curso de Nivelación y del Proceso de Admisión al Curso Preparatorio de Ingreso.

Que, el Consejo Directivo de la FIUNA, según consta en el Acta **N° 1349/2017** del 13 de noviembre de 2017, ha aprobado la propuesta del programa de las asignaturas Matemática I y Matemática II, a ser dictadas en el Proceso de Admisión al Curso Preparatorio de Ingeniería 2018 (PRO-A-CPI).

Por tanto; en uso de sus facultades Legales y Estatutarias,

**EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
RESUELVE:**

- Art.1º) Aprobar** el programa de la asignatura **Matemática I**, del Proceso de Admisión al Curso Preparatorio de Ingeniería 2018 (PRO-A-CPI), que se muestra en el Anexo I y forma parte de la presente resolución.
- Art.2º) Aprobar** el programa de la asignatura **Matemática II**, del Proceso de Admisión al Curso Preparatorio de Ingeniería 2018 (PRO-A-CPI), que se muestra en el Anexo II y forma parte de la presente resolución.
- Art.3º) Comunicar** a quienes corresponda y cumplido archivar.

Prof. Ing. Juan Pablo Bellassai
Secretario

Prof. Ing. Pedro Ferreira Estigarribia
Decano

Teléfono y Fax: 585 581 / 4 - Casilla de Correo 765

E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

Anexo I
ASIGNATURA: MATEMÁTICA I

FUNDAMENTACIÓN

En esta disciplina se exponen los conceptos básicos para operar con números y sus generalizaciones, con el fin de resolver ejercicios y problemas de aplicación a situaciones reales.

OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES

1. Comprender las leyes de las operaciones discretas, las propiedades de los números y de las expresiones algebraicas.
2. Mejorar la capacidad de raciocinio.
3. Desarrollar la capacidad de pensamiento lógico, utilizando el lenguaje algebraico como medio.
4. Manejar adecuadamente los procedimientos y las técnicas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar y relacionar los conjuntos numéricos. Efectuar operaciones con los mismos.
2. Comprender la teoría de proporcionalidad directa e inversa.
3. Comprender los conceptos y clasificación de las expresiones algebraicas.
4. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas racionales e irracionales.
5. Diferenciar las cantidades reales de las imaginarias y operar con ellas.
6. Resolver ecuaciones y sistema de ecuaciones.

CONTENIDOS

PROGRAMA SINTÉTICO

Conjuntos: Conceptos. Forma de expresión de los conjuntos. Representación de conjuntos. Conjuntos numéricos. Operaciones con conjuntos. Unión e intersección de conjuntos. Propiedades de las operaciones con conjuntos.

Números. Clasificación. MCD y MCM de números. Fracciones comunes y decimales. Número mixto. Fracción irreducible. Operaciones con números fraccionarios y mixtos. Conversión de fracciones.

Exponentes y radicales. Potenciación. Base y exponente.

Razones y proporciones. Razón aritmética o por diferencia. Razón geométrica o por cociente. Proporción aritmética. Proporción geométrica. Magnitudes proporcionales.

Regla de tres simple. Regla de tres compuesta. Tanto por ciento y Porcentaje. Repartición proporcional directa, inversa y compuesta.

Expresión algebraica. Simbolismo y operaciones. Clasificación. Valor numérico de una expresión algebraica.

Expresión racional. Expresión entera. Operaciones elementales.

Divisibilidad de polinomios. Teorema del resto. Formación del cociente en base al esquema de Ruffini-Briot (o Hörner). Raíces de un polinomio.

Teléfono y Fax: 585 581 / 4 - Casilla de Correo 765

E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

Productos y cocientes notables. Factorización de polinomios. Teoría combinatoria básica: Arreglos, permutaciones y combinaciones. Binomio de Newton. Factorial. Potencia de la forma $(ax^p + by^q)^n$ para n entero positivo; p, q reales. Potenciación. MCD y MCM de expresiones racionales.

Expresión fraccionaria. Notación. Operaciones elementales.

Expresión irracional. Radical. Notación. Potencia de exponente fraccionario. Operaciones. Racionalización.

Expresión compleja. Unidad imaginaria. Potencias de la unidad imaginaria. Cantidad compleja. Igualdad de complejos. Operaciones elementales. Cantidades complejas conjugadas.

Logaritmos. Propiedades. Logaritmos decimales y naturales.

Ecuaciones. Ecuación de primer grado con una incógnita. Ecuación de segundo grado con una incógnita. Propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado. Ecuación bicuadrada, exponencial y logarítmica.

Inecuaciones. Definición. Inecuaciones simultáneas y de valores absolutos de funciones.

Sistema de ecuaciones. Definiciones. Resolución.

Matrices. Operaciones elementales con matrices. Determinantes de hasta tercer orden. Menor complementario, adjunto. Método para el desarrollo de los determinantes de hasta orden tres. Matriz inversa de hasta tercer orden.

Progresiones: aritmética y geométrica. Media aritmética. Media geométrica.

PROGRAMA ANALÍTICO

DETALLE DE LOS CONTENIDOS:

EDA: Teorema con enunciado, demostración y aplicación en ejercicios.

EA: Teorema con enunciado y aplicación en ejercicios, sin demostración.

ARITMÉTICA

1. CONJUNTOS NUMÉRICOS

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO:

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Operar con conjuntos numéricos aplicando fundamentos teóricos.
2. Utilizar el MCD y MCM en la resolución de problemas
3. Aplicar regla de tres simple o compuesta en la resolución de problemas.
4. Obtener porcentajes y aplicarlos en problemas.
5. Realizar repartos proporcionales directos e inversos, simples y compuestos.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

1.1 Nociones fundamentales

- 1.1.1 Conjuntos: Concepto. Forma de expresión de los conjuntos. Representación de conjuntos. Conjuntos numéricos.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 1.1.2 Operaciones con conjuntos. Unión e intersección de conjuntos. Propiedades de las operaciones con conjuntos.
- 1.1.3 Número natural. Cifra o guarismo o número dígito. Número poli-dígito. Valor absoluto y relativo de una cifra. Números abstracto y concreto.
- 1.1.4 Números reales. Clasificación: enteros y fraccionarios; racionales e irracionales.
- 1.1.5 Número complejo.
- 1.2 Números reales
 - 1.2.1 Operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división). Propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva. Identidad. Inversos.
 - 1.2.2 Desigualdad. Propiedades. Valor absoluto.
 - 1.2.3 Ley de los signos.
 - 1.2.4 Propiedades y aplicaciones de las operaciones con números:
 - 1.2.4.1 "En toda suma si un sumando aumenta o disminuye un número, la suma aumenta o disminuye el mismo número"
 - 1.2.4.2 "En toda suma si un sumando aumenta y otro sumando disminuye el mismo número, la suma no varía"
 - 1.2.4.3 "En toda resta si el minuendo aumenta o disminuye un número y el sustraendo no varía, la diferencia queda aumentada o disminuida en el mismo número"
 - 1.2.4.4 "En toda resta si el sustraendo aumenta o disminuye un número y el minuendo no varía, la diferencia queda disminuida o aumentada en el mismo número"
 - 1.2.4.5 "En toda multiplicación si el multiplicando se multiplica o divide por un número, el producto queda multiplicado o dividido por el mismo número"
 - 1.2.4.6 "En toda multiplicación si el multiplicador se multiplica o divide por un número, el producto queda multiplicado o dividido por el mismo número"
 - 1.2.4.7 "En toda multiplicación si el multiplicando se multiplica por un número y el multiplicador se divide por el mismo número o viceversa, el producto no varía"
 - 1.2.4.8 "En toda división exacta si el dividendo se multiplica o divide por un número no variando el divisor, el cociente queda multiplicado o dividido por el mismo número"
 - 1.2.4.9 "En toda división exacta si el divisor se multiplica o divide por un número no variando el dividendo, el cociente queda dividido o multiplicado por el mismo número"
 - 1.2.4.10 "En toda división exacta si el dividendo y el divisor se multiplican o dividen por un mismo número, el cociente no varía"
 - 1.2.4.11 "En toda división entera o inexacta la suma de los restos por defecto y por exceso es igual al divisor"
 - 1.2.4.12 "En toda división entera o inexacta si el dividendo y el divisor se multiplican o dividen por un mismo número, el cociente no varía y el resto queda multiplicado o dividido por el mismo número"
- 1.3 Números primos y compuestos
 - 1.3.1 Múltiplos y divisores de un número. Números par e impar.
 - 1.3.2 Descomposición de un número en factores primos.
 - 1.3.3 Propiedades y aplicaciones de los números primos y compuestos:



9MB



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo – Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 1.3.3.1 "Todo número que divide a otros varios, divide a su suma"
- 1.3.3.2 "Todo número que no divide a otros varios, divide a su suma, si la suma de los residuos que resultan de dividir estos por el número que no los divide, es divisible por este número"
- 1.3.3.3 "Todo número que divide a otro, divide a su múltiplo"
- 1.3.3.4 "Todo número que divide a otros dos, divide a su diferencia"
- 1.3.3.5 "Todo número que divide a la suma de dos sumandos y a uno de éstos, divide al otro sumando"
- 1.3.3.6 "Todo número que divide a uno de dos sumandos y no divide al otro, no divide a la suma"
- 1.3.3.7 "Todo número que divide al dividendo y al divisor de una división inexacta, divide al residuo"
- 1.3.3.8 "Todo número que divide al divisor y al resto de una división inexacta, divide al dividendo"
- 1.3.3.9 "Todo número compuesto tiene por lo menos un factor primo mayor que uno"
- 1.3.3.10 "La serie de los números primos es ilimitada"
- 1.3.3.11 "Si un número primo no divide a otro número, es primo con él"
- 1.3.3.12 "Todo número que divide a un producto de dos factores y es primo con uno de ellos, divide al otro factor"
- 1.3.3.13 "Si un número es divisible por dos o más factores primos entre sí dos a dos, es también divisible por su producto"
- 1.3.3.14 "Todo número compuesto es igual a un producto de factores primos"
- 1.3.4 Máximo común divisor de dos o más números. Propiedades. Métodos para hallarlo.
- 1.3.5 Mínimo común múltiplo de dos o más números. Propiedades. Métodos para hallarlo.
- 1.3.6 Propiedades del Máximo Común Divisor y el Mínimo Común Múltiplo:
 - 1.3.6.1 "El máximo común divisor del dividendo y el divisor de una división inexacta es igual al del divisor y el resto"
 - 1.3.6.2 "Todo divisor de dos números divide a su máximo común divisor"
 - 1.3.6.3 "Si se multiplican o dividen dos números por un mismo número, su máximo común divisor queda multiplicado o dividido por el mismo número"
 - 1.3.6.4 "Los cocientes que resultan de dividir dos números por su máximo común divisor, son primos entre sí"
 - 1.3.6.5 "El mínimo común múltiplo de dos números es igual a su producto dividido por el máximo común divisor de los mismos"
- 1.4 Número fraccionario
 - 1.4.1 Numerador y denominador. Fracciones comunes y decimales.
 - 1.4.2 Número mixto. Propiedades de las fracciones comunes. Reducción y simplificación de una fracción. Fracción irreducible.
 - 1.4.3 Operaciones con números fraccionarios y mixtos: suma, resta, multiplicación y división.
 - 1.4.4 Fracción de fracción. Fracción compleja.
 - 1.4.5 Operaciones con fracciones decimales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 1.4.6 Conversión de fracción común a fracción decimal.
 - 1.4.7 Conversión de fracción decimal a fracción común. Fracción generatriz.
 - 1.4.8 Enunciado y aplicación de las siguientes reglas:





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 1.4.8.1 Para hallar la generatriz de una fracción decimal exacta.
- 1.4.8.2 Para hallar la generatriz de una fracción decimal periódica pura.
- 1.4.8.3 Para hallar la generatriz de una fracción decimal periódica mixta.
- 1.4.9 Fracción decimal inexacta no periódica.
- 1.5 Exponentes y radicales
 - 1.5.1 Potenciación. Base y exponente. Propiedad uniforme. Ley de monotonía.
 - 1.5.2 Radicación. Cantidad subradical, índice y raíz. Propiedad uniforme.
- 1.6 Razones y proporciones
 - 1.6.1 Razón o relación de dos cantidades.
 - 1.6.2 Razón aritmética o por diferencia. Propiedades.
 - 1.6.3 Razón geométrica o por cociente. Propiedades.
 - 1.6.4 Proporción aritmética. Concepto. Propiedades. Media aritmética. Problemas de aplicación.
 - 1.6.5 Propiedad: "En toda equidiferencia, la suma de los términos extremos es igual a la suma de los términos medios"
 - 1.6.6 Proporción geométrica. Concepto. Propiedades. Media geométrica. Problemas de aplicación.
 - 1.6.7 Propiedades
 - 1.6.7.1 "En toda proporción geométrica, el producto de los extremos es igual al producto de los medios"
 - 1.6.7.2 "Si dos proporciones geométricas tienen una razón común, las otras dos razones forman proporción geométrica"
 - 1.6.7.3 "Si dos proporciones geométricas tienen los antecedentes respectivamente iguales, los consecuentes forman proporción geométrica"
 - 1.6.7.4 "Si dos proporciones geométricas tienen los consecuentes respectivamente iguales, los antecedentes forman proporción geométrica"
 - 1.6.7.5 "En toda proporción geométrica la suma o resta de los dos términos de la primera razón es a su consecuente o antecedente como la suma o resta de los dos términos de la segunda razón es a su consecuente o antecedente"
 - 1.6.7.6 "En toda proporción geométrica la suma o resta de los antecedentes es a la suma o resta de los consecuentes como un antecedente es a su consecuente"
 - 1.6.7.7 "En toda proporción geométrica, la suma de los dos términos de la primera razón es a su diferencia, como la suma de los dos términos de la segunda razón es a su diferencia"
 - 1.6.7.8 "En toda proporción geométrica, la suma de los antecedentes es a su diferencia, como la suma de los consecuentes es a su diferencia"
 - 1.6.7.9 "En toda serie de razones iguales la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes como un antecedente es a su consecuente"
 - 1.6.8 Magnitudes proporcionales. Razones de proporcionalidad. Razones directa e inversa. Modo de formar proporción.
 - 1.6.9 Regla de tres simple. Regla de tres compuesta. Problemas de aplicación.
 - 1.6.10 Tanto por ciento y porcentaje. Problemas de aplicación.
 - 1.6.11 Repartición proporcional directa. Repartición proporcional inversa. Repartición compuesta. Problemas de aplicación.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA - San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

ALGEBRA

2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Con el desarrollo del capítulo el alumno obtendrá capacidades para:

1. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas racionales e irracionales.
2. Resolver todos los casos de descomposición en factores y ejercicios combinados.
3. Obtener raíces reales y complejas de polinomios.
4. Hallar términos y desarrollar binomios de Newton.
5. Operar con números complejos.
6. Resolver logaritmos utilizando sus propiedades.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- 2.1 Introducción. Definición. Simbolismos de cantidades, relaciones y operaciones. Signos de agrupación.
- 2.2 Clasificación
 - 2.2.1 Algebraica y trascendente.
 - 2.2.2 Racional e irracional.
 - 2.2.3 Entera y fraccionaria.
 - 2.2.4 Reales e imaginarias.
 - 2.2.5 Monomios: racional entero, racional fraccionario e irracional.
 - 2.2.6 Polinomios: racional y entero, homogéneo, completo, ordenado y general.
 - 2.2.7 Valor numérico de una expresión algebraica.
- 2.3 Expresiones racionales.
 - 2.3.1 Expresión entera.
 - 2.3.1.1 Operaciones elementales con monomios y polinomios.
 - 2.3.1.1.1 Suma de monomios y de polinomios, con coeficientes enteros.
 - 2.3.1.1.2 Suma de monomios y de polinomios, con coeficientes fraccionarios.
 - 2.3.1.1.3 Resta de monomios y polinomios, con coeficientes enteros.
 - 2.3.1.1.4 Resta de monomios y polinomios, con coeficientes fraccionarios.
 - 2.3.1.1.5 Suma y resta combinadas de polinomios, con coeficientes enteros y fraccionarios.
 - 2.3.1.1.6 Uso de los signos de agrupación. Regla para suprimirlos.
 - 2.3.1.1.7 Multiplicación de monomios, de monomio por polinomio y de polinomios.
 - 2.3.1.1.8 Multiplicación de polinomios con exponentes literales.
 - 2.3.1.1.9 División de monomios, de polinomio por monomio y de dos polinomios.
 - 2.3.1.1.10 División de polinomios con exponentes literales.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA - San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 2.3.1.1.11 Divisibilidad de polinomios. Teorema del resto.
- 2.3.1.1.12 Formación del cociente en base al esquema de Ruffini-Briot (o Hörner)
- 2.3.1.1.13 Raíces de un polinomio. Teorema fundamental del álgebra.
- 2.3.1.1.14 Raíces reales y complejas.
- 2.3.1.2 Operaciones combinadas con monomios y polinomios.
- 2.3.1.3 Factorización de polinomios.
 - 2.3.1.3.1 Factor común.
 - 2.3.1.3.2 Factor común por agrupación de términos.
 - 2.3.1.3.3 Trinomio cuadrado perfecto.
 - 2.3.1.3.4 Diferencia de cuadrados perfectos.
 - 2.3.1.3.5 Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción.
 - 2.3.1.3.6 Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.
 - 2.3.1.3.7 Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$.
 - 2.3.1.3.8 Cubo de binomios.
 - 2.3.1.3.9 Suma o diferencia de cubos.
 - 2.3.1.3.10 Suma o diferencia de dos potencias iguales.
 - 2.3.1.3.11 Combinación de los casos de factorización.
- 2.3.1.4 Teoría combinatoria básica: Arreglos, permutaciones y combinaciones. Conceptos, fórmulas y aplicaciones básicas.
- 2.3.1.5 Binomio de Newton. Concepto de factorial de un número. Producto de Stevin. Potencia de la forma $(ax^p + by^q)^n$ para n , entero positivo; p y q reales. Coeficientes binomiales. Fórmula del término general del desarrollo del binomio.
- 2.3.1.6 Potenciación de monomios y polinomios.
- 2.3.1.7 MCD y MCM de expresiones racionales.
- 2.3.2 Expresión fraccionaria.
 - 2.3.2.1 Notación. Principios fundamentales.
 - 2.3.2.2 Simplificación. Reducción.
 - 2.3.2.3 Operaciones elementales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 2.3.2.4 Simplificación de fracciones complejas.
 - 2.3.2.5 Descomposición de una expresión fraccionaria en fracciones parciales.
- 2.4 Expresiones irracionales.
 - 2.4.1 Radical. Notación. Potencia de exponente fraccionario. Reducción. Simplificación.
 - 2.4.2 Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.
 - 2.4.3 Racionalización del denominador de una fracción.
 - 2.4.4 Expresiones irracionales conjugadas.
- 2.5 Expresión compleja.
 - 2.5.1 Unidad imaginaria. Potencias de la unidad imaginaria. Número imaginario puro.
 - 2.5.2 Cantidades complejas. Igualdad de complejos. Operaciones elementales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 2.5.3 Forma algebraica. Cantidades complejas conjugadas.
- 2.6 Logaritmos.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 2.6.1 Logaritmo de un número en una determinada base. Logaritmo decimal (base 10) y logaritmo natural (base e) de un número.
- 2.6.2 Propiedades:
- 2.6.2.1 $\log(M \times N) = \log M + \log N$
- 2.6.2.2 $\log(M \div N) = \log M - \log N$
- 2.6.2.3 $\log(M^n) = n \log M$
- 2.6.2.4 $\log(\sqrt[n]{M}) = \frac{\log M}{n}$
- 2.6.2.5 $b^{\log_b a} = a$
- 2.6.2.6 $\log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c}$

3. ECUACIONES E INECUACIONES

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al término del capítulo el estudiante estará en capacidad de:

1. Resolver ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.
2. Deducir formulas para la resolución de ecuaciones y propiedades de raíces.
3. Solucionar inecuaciones y sistemas de inecuaciones.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- 3.1 Identidades y ecuaciones.
- 3.1.1 Definiciones.
- 3.1.2 Clasificación de las ecuaciones según su grado.
- 3.2 Ecuación de primer grado con una incógnita (ecuación lineal). Transformaciones. Resolución. Problemas de aplicación.
- 3.3 Ecuación de segundo grado con una incógnita (ecuación cuadrática)
- 3.3.1 Dedución de la fórmula para resolver la ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.
- 3.3.2 Dedución de las propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado.
- 3.3.3 Ecuación de segundo grado cuya solución son dos números complejos conjugados.
- 3.3.4 Problemas de aplicación.
- 3.4 Ecuación bicuadrada.
- 3.5 Ecuaciones exponenciales.
- 3.6 Ecuaciones logarítmicas.
- 3.7 Desigualdades. Propiedades.
- 3.8 Inecuaciones. Definición. Resolución de inecuaciones.
- 3.9 Inecuaciones simultáneas. Resolución de inecuaciones simultáneas.
- 3.10 Inecuaciones de valores absolutos de funciones. Propiedades. Resolución.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo – Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

4. SISTEMAS DE ECUACIONES

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al finalizar el capítulo el alumno estará en capacidad de:

1. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas.
2. Solucionar sistemas de ecuaciones exponenciales y logarítmicas con dos incógnitas.
3. Obtener intersección de rectas y cónicas, y cónicas entre si, con la resolución de sistemas de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- 4.1 Definiciones.
- 4.2 Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- 4.3 Resolución de sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.
- 4.4 Resolución de sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas: intersección de una recta y una cónica de ecuación en forma general y de dos cónicas de ecuaciones dadas en forma canónica.
- 4.5 Resolución de sistemas de ecuaciones exponenciales con dos incógnitas.
- 4.6 Resolución de sistemas de ecuaciones logarítmicas con dos incógnitas.

5. APLICACIONES DE LOS DETERMINANTES DE HASTA GRADO 3

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Con el desarrollo del capítulo el alumno obtendrá capacidades para:

1. Efectuar operaciones elementales con matrices.
2. Obtener el valor de determinantes de hasta tercer orden.
3. Hallar el rango y la matriz inversa de una matriz.
4. Resolver por método matricial sistemas de hasta tres de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- 5.1 Matriz
 - 5.1.1 Definición. Notación.
 - 5.1.2 Matriz fila. Matriz columna. Matriz cuadrada.
 - 5.1.3 Matriz diagonal. Matriz escalar. Matriz identidad o unidad.
 - 5.1.4 Matriz transpuesta. Matriz simétrica.
 - 5.1.5 Operaciones con matrices:
 - 5.1.5.1 Suma. Resta.
 - 5.1.5.2 Multiplicación de una matriz por un número.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- 5.1.5.3 Multiplicación de matrices
- 5.2 Determinantes de hasta tercer orden.
 - 5.2.1 Definición. Notación. Propiedades.
 - 5.2.2 Menor complementario. Definición.
 - 5.2.3 Adjunto. Definición.
 - 5.2.4 Métodos para el desarrollo de los determinantes de hasta tercer orden: desarrollo de Sarrus y desarrollo Laplaciano (método del menor complementario)
- 5.3 Matriz inversa. Definición. Notación. Propiedades.
 - 5.3.1 Condiciones para la existencia de la inversa de una matriz.
 - 5.3.2 Cálculo de la matriz inversa.
- 5.4 Rango de una matriz. Definición. Dependencia e independencia lineal.
 - 5.4.1 Determinación del rango de una matriz.
- 5.5 Resolución matricial de sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.

6. PROGRESIONES

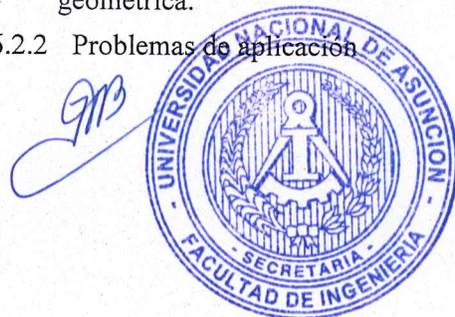
OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Al término del capítulo el estudiante obtendrá capacidades para:

1. Deducir formulas para calculo de enésimo termino y suma de términos en progresiones aritméticas y geométricas.
2. Resolver problemas que presenten progresiones aritméticas y geométricas.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- 6.1 Progresión Aritmética
 - 6.1.1 Definición. Notación. Dedución de la fórmula para calcular el enésimo término. Dedución de la fórmula para calcular la suma de los n primeros términos. Media aritmética.
 - 6.1.2 Problemas de aplicación
- 6.2 Progresión Geométrica.
 - 6.2.1 Definición. Notación. Dedución de la fórmula para calcular el enésimo término. Dedución de la fórmula para calcular la suma de los n primeros términos. Media geométrica.
 - 6.2.2 Problemas de aplicación





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

BIBLIOGRAFÍA

TEXTOS BÁSICOS

- Dr. Aurelio Baldor
Álgebra, con gráficos, ejercicios y problemas con respuestas.
Aritmética, Teórico y práctico, con ejercicios y problemas
Publicaciones Cultural S. A. de C. V. México. 19ª Reimpresión. 2004.
- Sinesio de Farías
Curso de Algebra. Editora Globo

TEXTOS COMPLEMENTARIOS

- Francisco V. Pujol. Matemática Práctica I. 8ª Edición.
- Earl W. Swokowski. Álgebra, Trigonometría con Geometría Analítica. 2ª Edición - Grupo Editorial Iberoamérica. 1.988
- Walter Fleming – Dale Varberg. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. 3ª Edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A.
- Carlos Daniel Prado Pérez. Precálculo. – México – Pearson Educación, 2006.
- Murray R. Spiegel. Algebra Superior. – México – Mc Graw - Hill, 1998.
- Frank Ayres Jr. Matrices -- México – McGraw - Hill, 1992.
- Ángel P. Secchia – Horacio Feliciangeli. Matrices y vectores – Asunción, 2002.
- Seymour Lipschutz. Teoría de conjuntos y temas afines – México – Mc Graw - Hill, 1991.
- José Von Lucken- Introducción a la Matemática.
- José García Valle. Matemáticas Especiales para Informáticos.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA - San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

Anexo II

ASIGNATURA: MATEMÁTICA II

FUNDAMENTACIÓN

En esta disciplina se exponen los conceptos básicos sobre las figuras de dos y tres dimensiones, para operar con sistemas de medidas lineales y angulares, con el fin de resolver, entre otros, problemas topográficos y astronómicos simples.

OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES

7. Estudiar las propiedades de las figuras geométricas.
8. Desarrollar de la capacidad de razonamiento lógico para el planteo y solución de problemas.
9. Adquirir destrezas en la resolución de problemas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

10. Utilizar axiomas y propiedades ya establecidos en la demostración de teoremas.
11. Demostrar las propiedades de las figuras en el plano y en el espacio.
12. Analizar y resolver problemas gráficos.
13. Analizar y resolver problemas numéricos que envuelven medidas de figuras geométricas en el plano y en el espacio.
14. Resolver problemas de triángulos y otras figuras, mediante el estudio de la relación entre lados y funciones trigonométricas de ángulos.
15. Resolver problemas de la trigonometría con procedimientos algebraicos de aplicación en Ingeniería.

CONTENIDOS

9MB



PROGRAMA SINTÉTICO

- Fundamentos, definiciones, axiomas.
- Ángulos: consecutivos, adyacentes, recto, agudo, obtuso, opuestos por el vértice, complementarios, suplementarios. Propiedades de los ángulos. Teoremas relativos a los mismos.
- Rectas: perpendiculares y oblicuas. Teoremas relativos a las mismas.
- Triángulos: definición, clasificación según sus lados y sus ángulos. Teoremas relativos a los casos de congruencia. Teoremas relativos a lados y ángulos. Teoremas relativos a la mediatriz de un lado y bisectriz de un ángulo.
- Rectas paralelas. Axioma. Teoremas relativos a ángulos determinados por dos rectas paralelas cortadas por una secante. Teoremas relativos a ángulos de lados respectivamente paralelos o perpendiculares.
- Polígono: definición, clasificación según el número de lados, diagonal. Teoremas relativos a ángulos de polígonos.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA - San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

Cuadrilátero: definición, clasificación. Teoremas relativos a los lados, diagonales y ángulos de trapecios y paralelogramos.

Circunferencia: definición, elementos. Teoremas relativos a arcos, cuerdas, ángulos centrales, interiores, inscritos, semi-inscritos y exteriores.

Proporcionalidad de segmentos de rectas: definición, semejanza de polígonos. Teoremas relativos a semejanza de triángulos.

Área de triángulos. Figuras equivalentes. Áreas de figuras planas.

Ejercicios de construcción de figuras geométricas.

Nociones preliminares de trigonometría.

Funciones trigonométricas de arcos complementarios y suplementarios; de arcos que difieren en una semicircunferencia positiva; arcos iguales y de signos contrarios. Representaciones gráficas de las funciones trigonométricas.

Reducción de funciones trigonométricas de un arco a funciones trigonométricas de un arco del primer cuadrante.

Funciones trigonométricas inversas. Representaciones gráficas.

Deducción de las formulas trigonométricas del primer grupo. Formulas fundamentales y derivadas.

Determinación geométrica de los valores de las funciones trigonométricas de arcos notables.

Deducción de las fórmulas trigonométricas del segundo grupo.

Deducción de las formulas trigonométricas del tercer grupo.

Identidades trigonométricas. Verificación. Identidades trigonométricas condicionadas.

Resolución de ecuaciones trigonométricas.

Resolución de sistemas de ecuaciones trigonométricas.

Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Determinación de planos. Teorema relativo a rectas perpendicular y oblicua a un plano.

Teoremas relativos a rectas y planos paralelos.

Teoremas relativos a los ángulos diedros y poliedros.

Cuerpos poliedros convexos. Clasificación y características. Formulas del área lateral, total y volumen de prismas, tronco de prismas, pirámides y tronco de pirámides.

Superficie cilíndrica: directriz y generatriz. Formulas de área lateral, área total y volumen de un cilindro.

Superficie cónica: directriz y generatriz. Fórmulas de área lateral, área total y volumen de un cono.

Superficie esférica y esfera. Área de la superficie esférica y volumen de la esfera.





Universidad Nacional de Asunción

Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA 2018 (PRO-A-CPI)"

PROGRAMA ANALÍTICO

DETALLE DE LOS CONTENIDOS

EDA: Teorema o corolario con enunciados, demostración y aplicaciones en ejercicio.

EA: Teorema o corolario con enunciados y aplicaciones en ejercicios, sin demostración.

INTRODUCCIÓN

- Fundamentos. Las categorías de axiomas en la Geometría, según David Hilber. Los términos primitivos en geometría.
- Axiomas de enlace y de ordenación.
- Figura convexa. Propiedad general de las figuras convexas.
- Concepto de movimiento de las figuras.
- Axiomas de congruencia, de paralelismo y de continuidad.
- Objeto y división de la geometría.

GEOMETRÍA PLANA

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO:

Al finalizar el capítulo el alumno será capaz de:

1. Reconocer tipos de ángulos.
2. Enunciar, demostrar y aplicar teoremas relativos a rectas y ángulos.
3. Analizar rectas según ángulos que forman.
4. Definir y clasificar triángulos según lados y ángulos.
5. Enunciar, demostrar y aplicar teoremas relativos a lados y ángulos de un triángulo.
6. Analizar problemas y ejercicios de triángulos.
7. Enunciar, demostrar y aplicar teoremas relativos a figuras planas.
8. Obtener el área de figuras planas.
9. Analizar áreas de figuras planas.
10. Construir figuras geométricas planas.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- **Segmentos de rectas:** definición, congruencia o igualdad, desigualdad y operaciones con segmentos de rectas.
- **Ángulos,** división del ángulo, congruencia o igualdad, desigualdad, operaciones con ángulos. Bisectriz de un ángulo. Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Definición.
- **Rectas perpendiculares y oblicuas.** Ángulos recto, agudo y obtuso. Unicidad de la recta perpendicular a otra por un punto de la misma o exterior a ella.
- **Medida de ángulos.** Sistemas sexagesimal y centesimal. Ángulos complementarios y suplementarios.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- Mediatriz de un segmento de recta.
- **(EA)Teorema:** Dos ángulos adyacentes son suplementarios.
- **(EA)Teorema:** Dos ángulos consecutivos suplementarios son adyacentes.
- **(EA)Teorema:** Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.
- **(EDA)Teorema:** Las bisectrices de dos ángulos adyacentes pertenecen a rectas perpendiculares y las de dos ángulos opuestos por el vértice a una misma recta.
- **Elementos de un triángulo:** base; altura relativa a un lado; mediana relativa a un lado; mediatriz de un lado; bisectriz de un ángulo; perímetro y semiperímetro.
- **Clasificación de triángulos de acuerdo a sus lados y a sus ángulos.**
- **(EA)Teorema:** Casos de congruencia o igualdad de triángulos.
 - a) Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales.
 - a.1) Dos polígonos del mismo número n ($n \geq 3$) de lados, son congruentes si tienen $n - 1$ lados consecutivos respectivamente iguales comprendiendo $n - 2$ ángulos iguales idénticamente dispuestos.
 - a.2) Dos triángulos rectángulos son congruentes si tienen sus catetos respectivamente iguales.
 - a.3) En un triángulo isósceles, los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales.
 - a.4) Un triángulo equilátero es equiángulo.
 - a.5) Si dos ángulos de un triángulo son iguales, el triángulo es isósceles.
 - a.6) Un triángulo equiángulo es equilátero.
- **Corolario:** En un triángulo isósceles, la altura, la mediana y la bisectriz que tienen por origen el vértice donde concurren los lados iguales, pertenecen a la mediatriz del lado opuesto.
- **Corolario:** En un triángulo isósceles, la altura, la mediana y el segmento de la bisectriz que tienen por origen el vértice donde concurren los lados iguales y extremos en el lado opuesto, son iguales.
 - b) Dos triángulos son iguales si tienen un lado y los ángulos contiguos respectivamente iguales.
 - b.1) Dos polígonos del mismo número n ($n \geq 3$) de lados son iguales si tienen $n - 2$ lados consecutivos respectivamente iguales contiguos a $n - 1$ ángulos iguales idénticamente dispuestos.
 - b.2) Dos triángulos rectángulos son iguales si tienen un ángulo agudo y la hipotenusa respectivamente iguales.
 - c) Dos triángulos son iguales si tienen respectivamente iguales sus tres lados.
 - c.1) Dos polígonos del mismo número n ($n \geq 3$) de lados son iguales si tienen n lados respectivamente iguales y $n - 3$ ángulos consecutivos respectivamente iguales idénticamente dispuestos.
- Otras consecuencias del axioma del paralelismo "Por un punto exterior a una recta pasa una y solo una recta paralela a la dada (Euclides)":
 - a) Dos rectas perpendiculares a una tercera, son paralelas.
 - b) Dos rectas paralelas a una tercera, son paralelas.
 - c) Toda recta secante a una recta corta también a sus paralelas y toda recta perpendicular a una recta es perpendicular a sus paralelas.
 - d) Las respectivas rectas perpendiculares a dos rectas paralelas, son paralelas.
 - e) Las respectivas rectas perpendiculares a dos rectas concurrentes, son concurrentes.
- **Denominaciones** de ángulos determinados por dos rectas cortadas por una recta secante o transversal a ambas.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **(EA)Teorema:** Dos rectas paralelas cortadas por una secante forman:
 - a) Ángulos alternos internos o externos iguales;
 - b) Ángulos correspondientes iguales;
 - c) Ángulos conjugados internos o externos suplementarios.
- **(EA)Teorema:** Si dos rectas cortadas por una secante forman:
 - a) Ángulos alternos internos o externos iguales;
 - b) Ángulos correspondientes iguales;
 - c) Ángulos conjugados internos o externos suplementarios,Las rectas son paralelas.
- **(EDA)Teorema:** Los segmentos determinados en dos rectas paralelas, por otras dos rectas paralelas, son iguales.
- **Definición** de ángulos exteriores de un polígono.
- **(EDA)Teorema:** La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos ángulos rectos.
 - a) Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.
 - b) Un triángulo no puede tener más de un ángulo recto ni más de uno obtuso.
 - c) El punto de intersección de dos rectas no paralelas cortadas por una transversal o secante a las mismas, pertenece al semiplano en que se encuentran los ángulos conjugados internos cuya suma es menor que dos rectos.
 - d) Todo ángulo exterior a un triángulo es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes a él y mayor que cada uno de ellos.
 - e) Dos triángulos rectángulos son iguales si tienen un ángulo agudo y un cateto respectivamente iguales.
- **Definición** de polígonos regulares.
- **Corolario:** La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados ($n > 2$) es igual a $2Rt(n - 2)$ ($1Rt$ es igual a un ángulo recto).
- **Corolario:** El ángulo interior de un polígono convexo regular de n lados es igual a $2Rt(n - 2)/n$ ($1Rt$ es igual a un ángulo recto).
- **(EA)Teorema:** La suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo es igual a cuatro ángulos rectos.
- **Definición** de sentidos en semirrectas que pertenecen a rectas paralelas.
- **(EDA)Teorema:** Dos ángulos de lados situados en rectas respectivamente paralelas y dirigidos en el mismo sentido o en sentidos opuestos son iguales.
- **(EDA)Teorema:** Dos ángulos de lados situados en rectas respectivamente paralelas, dos de ellos dirigidos en el mismo sentido y los otros dos en sentidos opuestos, son suplementarios.
- **(EDA)Teorema:** Dos ángulos, agudos u obtusos, de lados situados en rectas respectivamente perpendiculares, son iguales.
- **(EDA)Teorema:** Dos ángulos, uno agudo y otro obtuso, de lados situados en rectas respectivamente perpendiculares, son suplementarios.
- **(EDA)Teorema:** Si en un triángulo dos lados son desiguales, a mayor lado se opone mayor ángulo.
- **(EDA)Teorema:** Si en un triángulo dos ángulos son desiguales, a mayor ángulo se opone mayor lado.
 - a) En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es el lado mayor.
- **(EA)Teorema:** Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **Definiciones de:** Distancia entre dos puntos. Distancia de un punto a una recta. Segmentos oblicuos.
- **(EDA)Teorema:** La distancia de un punto a una recta es menor que un segmento oblicuo comprendido entre el punto y la recta.
- **(EDA)Teorema:** El menor de los segmentos de rectas comprendidos entre un punto y una recta es el que pertenece a la perpendicular por el punto a la recta.
- **(EA)Teorema:** Dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y una recta y cuyos pies equidistan del de la perpendicular por el punto a la recta, son iguales.
- **(EA)Teorema:** Si dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y una recta son iguales, sus pies equidistan del pie de la perpendicular por el punto a la recta.
- **(EDA)Teorema:** dos triángulos rectángulos son iguales si tienen respectivamente iguales la hipotenusa y un cateto.
- **(EA)Teorema:** De dos segmentos oblicuos comprendidos entre un punto y una recta, aquel cuyo pie dista más del pie de la perpendicular por el punto a la recta, es mayor.
- **(EA)Teorema:** Si dos segmentos oblicuos comprendidos entre el punto y la recta son desiguales, el pie del segmento oblicuo mayor dista más que el pie del menor, del pie de la recta perpendicular trazada por el punto a la recta.
- **(EDA)Teorema:** Si dos triángulos tienen dos lados respectivamente iguales y el ángulo comprendido desigual, a mayor ángulo se opone mayor lado.
- **(EDA)Teorema:** Si dos triángulos tienen dos lados respectivamente iguales y el tercer lado desigual, a mayor lado se opone mayor ángulo.
- **(EDA)Teorema:** Dadas, en un plano, tres o más rectas paralelas y una transversal o secante a las mismas, si los segmentos de recta determinados en la secante por las rectas paralelas son iguales, también serán iguales los determinados en cualquier otra transversal por las mismas rectas paralelas.
- **(EDA)Teorema:** La recta paralela a la que contiene un lado de un triángulo, por el punto medio de otro lado, pasa por el punto medio del tercer lado, y el segmento de extremos en dichos puntos medios, es la mitad del primer lado.
- **(EDA)Teorema:** La recta determinada por los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralela a la recta que contiene el tercer lado.
- **Definición de lugar geométrico**
- **(EDA)Teorema:** La mediatriz de un segmento de recta es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los extremos de dicho segmento.
- **(EDA)Teorema:** La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los lados del ángulo.
- **(EA)Teorema:** las bisectrices de los ángulos de un triángulo concurren en un punto equidistante de los lados (incentro)
- **(EA)Teorema:** Las mediatrices de los lados de un triángulo concurren en un punto equidistante de los vértices (circuncentro)
- **(EA)Teorema:** El punto medio de la hipotenusa de un triángulo rectángulo equidista de los tres vértices.
- **(EA)Teorema:** Las rectas perpendiculares por los vértices de un triángulo a las rectas que contienen a los lados opuestos son concurrentes (ortocentro)
- **(EDA)Teorema:** Las medianas de un triángulo concurren en un punto situado a la tercera parte de cada una de ellas, a contar del lado correspondiente (baricentro)



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA - San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **(EDA)Teorema:** Si uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es el doble del otro, la hipotenusa es el doble del cateto menor.
- **Cuadriláteros:** clasificación y características. Suma de los ángulos internos y externos. Trapecios: características y clasificación; base media, semisuma y semidiferencia de las bases.
- **(EDA)Teorema:** Si un cuadrilátero tiene respectivamente iguales sus lados o sus ángulos opuestos, es un paralelogramo.
- **(EA)Teorema:** Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales y situados en rectas paralelas, es un paralelogramo.
- **Propiedades de las diagonales de los cuadriláteros.**
- **(EDA)Teorema:** Las diagonales de un paralelogramo se dividen mutuamente en partes iguales.
- **Definiciones:** circunferencia; círculo; centro y radio; rectas tangente y secante; arco; cuerda; diámetro; segmento circular; División de un arco y operaciones con arcos de una misma circunferencia o de circunferencias de radios iguales; ángulo central, ángulo inscrito, ángulo seminscrito, ángulo interior, ángulo exterior; sector circular; circunferencias tangentes interiores y exteriores; circunferencias secantes; círculos interiores y exteriores; círculos concéntricos; corona y trapecio circular; relación entre distancia entre los centros de dos circunferencias y sus radios; recta tangentes común interna y externa a dos circunferencias.
- **(EDA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, ángulos centrales iguales interceptan arcos iguales y el mayor de dos ángulos centrales desiguales, intercepta mayor arco.
- **(EA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, arcos iguales subtenden ángulos centrales iguales; y el mayor de dos arcos desiguales subtende mayor ángulo central.
- **(EA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y el mayor de dos arcos desiguales es subtendido por mayor cuerda.
- **(EA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, cuerdas iguales subtenden arcos iguales, y la mayor de dos cuerdas desiguales subtende mayor arco.
- **(EDA)Teorema:** La recta perpendicular por el centro de una circunferencia a una recta secante, bisecta la cuerda y los arcos subtendidos.
 - a) Un diámetro bisecta la circunferencia.
 - b) La recta determinada por el centro de una circunferencia y el punto medio de una cuerda es perpendicular a la recta secante que contiene la cuerda.
 - c) La mediatriz de una cuerda pasa por el centro de la circunferencia.
- **(EDA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, cuerdas iguales equidistan del centro y de dos cuerdas desiguales la mayor dista menos del centro que la menor.
- **(EDA)Teorema:** En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, las cuerdas equidistantes del centro son iguales, y de dos cuerdas no equidistantes del centro es mayor la que menos dista del mismo.
 - a) El diámetro es la mayor cuerda de una circunferencia.
- **(EDA)Teorema:** Si una recta es perpendicular a otra que contiene un radio en el extremo del mismo, la primera es tangente a la circunferencia.
- **(EDA)Teorema:** La recta tangente a una circunferencia es perpendicular a la recta determinada por el centro y el punto de tangencia.
- **(EA)Teorema:** La recta perpendicular a una recta tangente por el punto de tangencia contiene al centro de la circunferencia.

Teléfono y Fax: 585 581 / 4 - Casilla de Correo 765

E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- (EA)Teorema: La recta perpendicular por el centro de una circunferencia a una recta tangente, pasa por el punto de tangencia.
- (EDA)Teorema: En una circunferencia, dos rectas paralelas interceptan arcos iguales.
- (EA)Teorema: Dos rectas tangentes a una circunferencia por un punto exterior a la misma forman ángulos iguales con la determinada por el punto exterior y el centro de la circunferencia y los segmentos de las tangentes, de extremos en dicho punto exterior y los de tangencia, son iguales.
- Corolario: La recta determinada por los centros de dos circunferencias secantes, es la mediatriz de la cuerda común.
- (EDA)Teorema: Si dos circunferencias son tangentes, la recta determinada por los centros pasa por el punto de tangencia.
- Definiciones: Unidad de medida de una magnitud; medida de una cantidad de una magnitud; cantidades constante y variable; límite de una cantidad variable; cantidades conmensurables e incommensurables.
- Propiedades: relaciones de igualdad de dos cantidades y sus medidas; cantidades variables que permanecen iguales y sus límites.
- (EA)Teorema: En una misma circunferencia o en circunferencias de radios iguales, dos ángulos centrales son entre sí como los arcos que los subtienden.
- (EA)Teorema: Un ángulo central se mide por el arco que lo subtiende (medida de un ángulo por un arco).
- (EDA)Teorema: Un ángulo inscrito en una circunferencia tiene por medida la mitad del arco comprendido entre sus lados.
- Corolario: Un ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.
- Corolario: Todos los ángulos inscritos en un mismo arco o en arcos iguales, son iguales.
- Corolario: Un ángulo inscrito en un arco menor que una semicircunferencia es obtuso y en un arco mayor que una semicircunferencia es agudo.
- (EA)Teorema: Un ángulo seminscrito en una circunferencia tiene por medida la mitad del arco comprendido entre sus lados.
- (EDA) Teorema: Un ángulo interior a una circunferencia tiene por medida la semisuma de los arcos comprendidos entre las rectas que contienen sus lados.
- (EDA)Teorema: Un ángulo exterior a una circunferencia, tiene por medida la semidiferencia de los arcos comprendidos entre sus lados.
- (EDA)Teorema: Un cuadrilátero inscrito en una circunferencia tiene sus ángulos opuestos suplementarios.
- (EDA)Teorema: Si un cuadrilátero tiene sus ángulos opuestos suplementarios, es inscriptible en una circunferencia.
- Definición de arco capaz de contener un ángulo dado, considerando como cuerda un segmento de recta dado.
- Ejercicios de construcciones geométricas utilizando la regla y el compás:
 - Por un punto trazar una recta perpendicular a una recta.
Considerar:
 - a) punto situado en la recta dada
 - b) punto exterior a la recta dada.
 - Trazar la bisectriz de un ángulo.
 - Determinar el punto medio de:



Teléfono y Fax: 585 581 / 4 - Casilla de Correo 765
E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- a) un segmento de recta.
- b) un arco de circunferencia.
- Por un punto de una recta trazar una semirrecta que forme con ella un ángulo igual a un ángulo dado.
- Por un punto exterior a una recta trazar una recta paralela a ella.
- Dividir un segmento de recta en un número dado de segmentos iguales.
- Construir un triángulo, dados:
 - a) dos lados y el ángulo comprendido;
 - b) un lado y dos ángulos y
 - c) los tres lados.
- Construir un paralelogramo, dados dos lados y el ángulo comprendido.
- Construir un triángulo, dados dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.
- Dado un triángulo, construir las circunferencias inscrita y circunscrita al mismo.
- Trazar una recta tangente a una circunferencia por un punto dado.

Considerar:

- a) punto de la circunferencia y
- b) punto exterior a la circunferencia.
- Considerando un segmento de recta como cuerda, trazar un arco capaz de contener un ángulo dado.
- Trazar una recta tangente común a dos circunferencias dadas.

Considerar la tangente:

- a) interior y
- b) exterior.
- Construir un triángulo isósceles dados:
 - a) la base y el ángulo opuesto;
 - b) la base y el radio de la circunferencia circunscrita;
 - c) la base y el radio de circunferencia inscrita y
 - d) el perímetro y la altura relativa a la base.
- Construir un triángulo rectángulo dados:
 - a) la hipotenusa y un cateto;
 - b) un cateto y la altura relativa a la hipotenusa;
 - c) la mediana y la altura relativa a la hipotenusa;
 - d) un cateto y el radio de la circunferencia inscrita y
 - e) un ángulo agudo y el radio de la circunferencia inscrita.

- **(EDA)Teorema:** (Thales) los segmentos interceptados en dos rectas transversales por tres o más rectas paralelas son proporcionales.
- **Corolario:** Toda recta paralela a la que contiene un lado de un triángulo, divide los otros dos en segmentos proporcionales.
- **Corolario:** Si una recta divide dos lados de un triángulo en segmentos proporcionales, es paralela a la recta que contiene al tercer lado.
- **Definición de división armónica de un segmento de recta.**
- **(EDA)Teorema:** La bisectriz de un ángulo de un triángulo y la del externo suplementario de éste, dividen el lado opuesto armónicamente en la razón de los lados que comprenden dicho ángulo.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **Definición de polígonos semejantes:** elementos homólogos en polígonos semejantes. razón de semejanza.
- **(EDA)Teorema:** Dos triángulos son semejantes si tienen respectivamente iguales dos ángulos.
- **Corolario:** Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen igual un ángulo agudo.
- **(EDA)Teorema:** Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales.
- **Corolario:** Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen proporcionales los dos catetos.
- **(EDA)Teorema:** Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.
- **Corolario:** los perímetros de dos polígonos semejantes son entre sí como dos lados homólogos cualesquiera.
- **(EA)Dos polígonos semejantes se pueden descomponer igual número de triángulos semejantes, idénticamente dispuestos.**
- **Corolario:** Dos polígonos que pueden descomponerse en igual número de triángulos semejantes idénticamente dispuestos son semejantes.
- **Definición de proyección de un punto y de un segmento de recta sobre una recta.**
- **(EDA)Teorema:** En un triángulo rectángulo se verifican:
 - a) Los dos triángulos determinados por la altura relativa a la hipotenusa son semejantes y semejantes al triángulo dado;
 - b) La altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos determinados en la hipotenusa;
 - c) Cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.
- **Corolario:** El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos.
- **Corolario:** Si se considera la recta perpendicular por un punto de una circunferencia a una recta que contiene un diámetro de dicha circunferencia, se verifican:
 - a) El segmento de la perpendicular, de extremos en el punto de la circunferencia y el pie de la perpendicular, es media proporcional entre los dos segmentos determinados en el diámetro;
 - b) La cuerda de extremos en el punto de la circunferencia y uno de los extremos del diámetro, es media proporcional entre el diámetro y su proyección sobre este.
- **(EDA)Teorema:** Si dos rectas secantes se cortan en un punto interior de una circunferencia, el producto de los segmentos determinados en una de las cuerdas, es igual al de los determinados en la otra.
- **(EDA)Teorema:** Si en dos rectas que se cortan se tienen cuatro segmentos de extremos comunes y tales que el producto de dos de ellos contenidos en una de las rectas es igual al de los otros dos contenidos en la otra recta, por los extremos no comunes pasa una circunferencia.
- **(EDA)Teorema:** Si por un punto exterior a una circunferencia se consideran una recta tangente y una secante a la misma, el segmento de la recta tangente de extremos en el punto dado y el de tangencia es media proporcional entre los segmentos de la secante, de extremos en los puntos de intersección con la circunferencia y comunes en el punto dado.
- **Corolario:** Si por un punto exterior a una circunferencia se consideran rectas secantes a la misma, el producto de los segmentos de cada secante, de extremos en los puntos de intersección con la circunferencia y comunes es el punto dado, es constante.
- **(EDA)Teorema:** El cuadrado del segmento de la bisectriz de un ángulo de un triángulo, de extremos en el vértice de dicho ángulo y su intersección con el lado opuesto; es igual al producto de los lados del ángulo menos el producto de los segmentos determinados por la bisectriz en el lado opuesto.

Teléfono y Fax: 585-5817/4 - Casilla de Correo 765

E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **(EDA)Teorema:** El producto de dos lados de un triángulo es igual al producto del diámetro de la circunferencia circunscripta al mismo por la altura relativa al tercer lado.
- **Ejercicios de construcciones geométricas:**
 - Dividir un segmento de recta dado en segmentos proporcionales a otros dos segmentos de rectas dados m y n .
 - Determinar la cuarta proporcional de tres segmentos de rectas dados.
 - Determinar la tercera proporcional de dos segmentos de rectas consecutivos dados.
 - Determinar la tercera proporcional de dos segmentos de rectas dados.
 - Determinar la media proporcional de dos segmentos de rectas dados. Considerar si son consecutivos y si están superpuestos con un extremo común.
- **Definiciones de: unidad de superficie; área de una superficie; figuras equivalentes.**
- **Propiedad:** Dos figuras iguales son equivalentes.
- **(EA) Teorema:** Las áreas de dos rectángulos que tienen igual altura son entre sí como sus bases respectivas.
- **Corolario:** Las áreas de dos rectángulos que tienen igual base son entre sí como sus alturas respectivas.
- **(EA) Teorema:** Las áreas de dos rectángulos son entre sí como los productos de las bases por las alturas respectivas.
- **Corolario:** El área de un rectángulo es igual al producto de la base por la altura.
- **Corolario:** El área de un paralelogramo es igual al producto de la base por la altura.
- **Corolario:** Dos paralelogramos de bases y alturas iguales son equivalentes.
- **Corolario:** Las áreas de dos paralelogramos de bases iguales son entre sí como sus alturas respectivas; las de dos alturas iguales son entre sí como sus bases respectivas y las áreas de dos paralelogramos cualesquiera son entre sí como los productos de las bases por las alturas respectivas.
- **Corolario:** El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura.
- **Corolario:** Las áreas de dos triángulos de bases iguales son entre sí como sus alturas respectivas; las de dos triángulos de alturas iguales son entre sí como sus bases respectivas; y las áreas de dos triángulos cualesquiera son entre sí como los productos de sus bases por las alturas respectivas.
- **Corolario:** El área de un trapecio es igual al producto de la semisuma de las bases por la altura.
- **Corolario:** El área de un rombo es igual a la mitad del producto de sus diagonales.
- **(EDA)Teorema:** Las áreas de dos triángulos que tienen un ángulo igual son entre sí como los productos de los lados que comprenden ese ángulo.
- **(EDA)Teorema:** Las áreas de dos triángulos semejantes son entre sí como los cuadrados de dos lados homólogos cualesquiera.
- **Corolario:** Las áreas de dos polígonos semejantes son entre sí como los cuadrados de los lados homólogos.
- **Corolario:** Las áreas de dos polígonos semejantes son entre sí como los cuadrados de dos segmentos homólogos cualesquiera.
- **Corolario:** (de Pitágoras) el cuadrado que tiene por lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente a la suma de los cuadrados que tienen por lados a los catetos del mismo triángulo rectángulo.

Expresiones de la altura, radio de la circunferencia circunscripta y radio de la circunferencia inscrita en función del lado de un triángulo equilátero.

Expresión del área de la superficie de un triángulo equilátero.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo – Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **(EDA)Teorema:** En todo triángulo, el cuadrado de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos más o menos el doble producto de uno de ellos por la proyección del otro sobre él, según que el ángulo opuesto al lado considerado sea obtuso o agudo.
- **(EA)Teorema:** La suma de los cuadrados de dos lados cualesquiera de un triángulo es igual a dos veces el cuadrado de la mitad del tercero, más dos veces el cuadrado de la mediana relativa al mismo.
- **(EA)Teorema:** La diferencia de los cuadrados de dos lados cualesquiera de un triángulo es igual a dos veces el producto del tercero por la proyección de su mediana sobre él.
- **Definición de circunferencia exinscrita a un triángulo**
Determinación de las fórmulas que relacionan los lados de un triángulo y segmentos determinados en los mismos por las circunferencias inscrita y exinscrita.
Deducción de las siguientes fórmulas, en función de los lados de un triángulo:
 - Altura relativa a un lado
 - Área de la superficie (Fórmula de Herón)
 - Radios de las circunferencias inscrita, circunscrita y exinscritas.
 - Segmento de bisectriz, de extremos en el vértice y su intersección con el lado opuesto.
 - Mediana relativa a un lado.
- **Polígonos regulares: radio; apotema; centro; ángulo central.**
- **(EA) Teorema:** Todo polígono regular tiene una circunferencia inscrita y una circunscrita.
- **Corolario:** La recta que contiene un radio de un polígono regular bisecta el ángulo por cuyo vértice pasa.
- **Corolario:** Los ángulos centrales de un polígono regular son iguales entre sí y suplementarios de los internos del polígono.
- **Corolario:** Todo polígono equilátero inscrito es polígono regular.
- **Corolario:** Todo polígono equiángulo circunscrito es polígono regular.
- **(EDA)Teorema:** Dos polígonos regulares de un mismo número de lados son semejantes.
- **(EDA)Teorema:** Los perímetros de dos polígonos regulares de un mismo número de lados son entre sí como los radios o los apotemas respectivos.
- **(EA)Teorema:** Dos circunferencias son entre sí como sus radios respectivos.
- **(EA)Corolario:** La relación de la circunferencia al diámetro es un número constante; y se lo representa por la letra griega π .
- **(EA)Corolario:** La longitud de una circunferencia es igual al doble del producto de π por el radio.
Fórmula de la longitud de un arco de una circunferencia.
- **(EA)Teorema:** El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto del perímetro por la apotema.
- **Corolario:** El área de un círculo es igual a la mitad del producto de la longitud de su circunferencia por el radio.
- **Áreas del sector, corona, segmento y trapecio circulares.**
- **Corolario:** relativo al cálculo de los lados de los polígonos regulares seis, tres y cuatro lados, en función del radio de la circunferencia circunscrita.
- **Corolario:** relativo al cálculo de los lados de los polígonos regulares diez y cinco lados, en función del radio de la circunferencia circunscrita.
- Determinación gráfica del lado del pentágono y del decágono regular.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- Relación entre el lado de un polígono regular inscrito en una circunferencia y el lado del polígono regular de doble número de lados inscrito en la misma circunferencia:
- Relación entre el lado de un polígono regular circunscripto a una circunferencia y el lado del polígono regular de igual número de lados inscrito en la misma circunferencia.

TRIGONOMETRÍA

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO:

Al finalizar el capítulo el alumno estará en condiciones de:

1. Identificar a las funciones trigonométricas.
2. Deducir valores de funciones trigonométricas de un cuadrante dado a otro.
3. Utilizar funciones trigonométricas inversas en la obtención de ángulos.
4. Representar gráficamente a las funciones trigonométricas y sus inversas.
5. Obtener gráficamente valores de las funciones trigonométricas de arcos notables.
6. Enunciar, demostrar y aplicar formulas trigonométricas.
7. Verificar identidades trigonométricas.
8. Resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones trigonométricas.
9. Resolver triángulos rectángulos y oblicuángulos y problemas de aplicación .

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- Nociones preliminares de Trigonometría.
- Circunferencia trigonométrica.
- **Funciones trigonométricas:** seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante de un arco. Líneas trigonométricas.
- Signos de la funciones trigonométricas de arcos del primer, segundo, tercer y cuarto cuadrantes. Representación gráfica de las funciones trigonométricas.
- Funciones trigonométricas de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo en función de sus lados. Relaciones entre funciones trigonométricas de arcos complementarios.
- (DA) Cálculo geométrico de los valores de las funciones trigonométricas de arcos notables.
- **Relaciones entre funciones trigonométricas** de arcos suplementarios, que difieren en una semicircunferencia positiva y arcos de igual valor absoluto y signos contrarios.
- **Reducción de funciones** trigonométricas de un arco a funciones trigonométricas de un arco del primer cuadrante.
- **Funciones trigonométricas inversas:** arc seno, arc coseno, arc tangente, arc cotangente, arc secante y arc cosecante. Representaciones gráficas.
- (EDA) **Deducción** de las fórmulas trigonométricas del primer grupo. Fórmulas fundamentales y derivadas.
- (EDA) **Deducción** de las fórmulas trigonométricas del segundo grupo.
 - a) Fórmulas del seno, coseno, tangente y cotangente de la suma y diferencia de dos arcos.
 - b) Fórmulas del seno, coseno, y tangente del arco doble.
 - c) Fórmulas del seno, coseno y tangente del arco mitad.
- (EDA) **Deducción** de las fórmulas trigonométricas del tercer grupo.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- a) Transformación en producto de la suma y diferencia de dos senos, de dos cosenos y de dos tangentes.
- b) Transformación en sumas y diferencias de un producto de dos senos y de dos cosenos.
- Identidades. Verificación. Identidad condicionada.
 - Resolución de ecuaciones trigonométricas.
 - Resolución de sistemas de ecuaciones trigonométricas.
 - Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.
 - En un triángulo rectángulo:
 - Un cateto es igual a la hipotenusa por el seno del ángulo opuesto a dicho cateto.
 - Un cateto es igual a la hipotenusa por el coseno del ángulo contiguo a dicho cateto.
 - Un cateto es igual al otro cateto por la tangente del ángulo opuesto al primer cateto.
 - Un cateto es igual al otro cateto por la cotangente del ángulo contiguo al primer cateto.
 - El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos.
 - En un triángulo:
 - (EA) Los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.
 - (EA) La suma de los lados es a su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos a esos lados es a la tangente de la semidiferencia de los mismos.
 - (EA) El cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido entre los mismos.
 - Expresiones del seno, coseno y tangente de la mitad de un ángulo de un triángulo en función de sus lados:
 - Expresiones del área de un triángulo en función de sus lados: (Fórmula de Herón)

GEOMETRÍA DEL ESPACIO

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO:

Al finalizar el capítulo el alumno adquirirá capacidades para:

1. Identificar y relacionar en el espacio: puntos, rectas y planos.
2. Definir distancias entre puntos, rectas y planos.
3. Enunciar, demostrar y aplicar teoremas relativos a rectas y planos.
4. Clasificar ángulos poliedros.
5. Enunciar, demostrar y aplicar teoremas relativos a ángulos poliedros.
6. Caracterizar, clasificar, y obtener áreas y volúmenes de cuerpos poliedros convexos.
7. Caracterizar, clasificar, y obtener áreas y volúmenes de superficies cilíndricas, cónicas y esféricas.

CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- Determinación del plano. Mediante una recta y un punto exterior a ella; dos rectas que se cortan y dos rectas paralelas.
- Definición de rectas coplanares y alabeadas.



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- Axioma: (de ordenación) Todo plano establece una clasificación de los puntos del espacio no contenidos en él, en dos clases o regiones, y, todo punto exterior al plano pertenece a una u otra región.
- **Definición de semiespacio, borde de semiespacios y semiespacios opuestos.**
- Consideraciones de
 - un plano, tres puntos no pertenecientes al plano y la intersección de los segmento de extremos en dichos puntos.
 - una recta y un plano; recta del plano, y no perteneciente al plano, con un punto común. Y sin punto común alguno
- Rectas perpendicular, oblicua y paralela a un plano.
- Observaciones sobre la clasificación de los puntos de una recta que corta a un plano.
- **(EA)Teorema:** El: Dos planos con un punto común, tienen una recta común que pasa por dicho punto.
- **(EDA)Teorema:** Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.
- **Corolario:** Todas las rectas perpendiculares a una recta en un mismo punto están en un plano perpendicular a ella en ese punto.
 - a) Por un punto de una recta pasa un solo plano perpendicular a ella.
 - b) **(EDA)** Por un punto exterior a una recta pasa un solo plano perpendicular a ella.
 - c) Por un punto de un plano pasa una y solo una recta perpendicular a dicho plano.
 - d) Por un punto exterior a un plano pasa una recta y solo una perpendicular a dicho plano.
 - e) El menor de los segmentos de rectas comprendidos entre un plano y un punto exterior a él, es el perteneciente a la recta perpendicular al plano por dicho punto.
- **Corolario:** Considerados un plano y un punto exterior: los segmentos oblicuos cuyos pies equidistan del de la recta perpendicular por el punto al plano, son iguales; y, de dos segmentos oblicuos cuyos pies no equidistan del de la recta perpendicular por el punto al plano, es mayor el del pie más distante.
- **Corolario:** Todos los segmentos oblicuos iguales comprendidos entre un plano y un punto exterior a él, tienen sus pies equidistantes del de la recta perpendicular trazada por el punto al plano; y, de dos segmentos oblicuos desiguales, el pie del mayor dista más del de la recta perpendicular.
- **Definición de distancia de un punto a un plano.**
 - El lugar geométrico de los puntos equidistantes de dos puntos dados, es el plano perpendicular a la recta determinada por ellos, por el punto medio del segmento de extremos en dichos puntos.
 - El lugar geométrico de los puntos equidistantes de tres puntos no pertenecientes a una misma recta es la recta perpendicular al plano determinado por los tres puntos por el centro de la circunferencia que pasa por los tres puntos.
- **(EDA)Teorema:** (de las tres rectas perpendiculares). Si por el pie de una recta perpendicular a un plano se traza la recta perpendicular a cualquier recta del plano, toda recta determinada por la intersección de estas dos y un punto de la recta perpendicular al plano, es perpendicular a la mencionada recta cualquiera del plano.
- **(EDA)Teorema:** Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas entre sí.
- **(EA)Teorema:** Si una de dos rectas paralelas es perpendicular a un plano, la otra también lo es.
- Dos rectas paralelas a una tercera, lo son entre sí.





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **(EDA)Teorema:** Si dos rectas son paralelas, todo plano que contiene a una sola de ellas es paralelo a la otra.
- **(EA)Teorema:** Si una recta es paralela a un plano, también es paralela a la intersección de dicho plano con cualquier otro plano que contenga a la recta.
- **(EA)Teorema:** Por cada una de dos rectas no situadas en un mismo plano pasa un plano paralelo a la otra y sólo una.
- **(EA)Teorema:** Por un punto cualquiera puede trazarse un plano, y sólo uno, paralelo a dos rectas no situadas en un mismo plano.
- **Corolario:** Si una recta es paralela a un plano, toda recta paralela a aquella trazada por un punto del plano está contenida en el plano.
- **Definición de planos paralelos.**
- **Corolario:** Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos entre sí.
- **(EA)** Por un punto exterior a un plano pasa un plano y solo uno, paralelo a dicho plano.
- **(EA)Teorema:** Las intersecciones de un plano con otros dos paralelos, son rectas paralelas.
- **Corolario:** Los segmentos de rectas paralelas interceptados por planos paralelos son iguales.
- **Corolario:** Dos planos paralelos equidistan en todos sus puntos.
- **(EA)Teorema:** Si una recta es perpendicular a uno de dos planos paralelos, es perpendicular al otro.
- **(EDA)Teorema:** Si dos rectas que se cortan son paralelas a un plano, el plano que determinan también lo es.
- **Corolario:** Por una recta paralela a un plano pasa un plano y solo uno paralelo al dado.
- **(EDA)Teorema:** Los segmentos determinados en dos rectas del espacio por tres o más planos paralelos, son proporcionales.
- **Definición de:** Ángulo diedro; división de un diedro, diedros consecutivos, diedros congruentes o iguales, bisector de un diedro, diedros adyacentes, diedros opuestos por la arista; planos perpendiculares, diedro recto, Ángulo rectilíneo de un diedro.
- **(EDA)Teorema:** si los Ángulos rectilíneos de dos diedros son iguales, los diedros también lo son.
- **Corolario:** Dos diedros son entre sí como sus ángulos rectilíneos respectivos.
- **Corolario:** El ángulo rectilíneo de un diedro es la medida del diedro.
- **Corolario:** Dos planos que se cortan forman diedros adyacentes suplementarios.
- **Corolario:** Si la suma de los rectilíneos de dos diedros consecutivos es igual a dos rectos, sus caras no comunes son semiplanos opuestos.
- **(EDA)Teorema:** Si dos planos son perpendiculares entre sí, toda recta perpendicular a la intersección y contenida en uno de ellos, es perpendicular al otro.
- **(EA)Teorema:** Si dos planos son perpendiculares entre sí, toda recta perpendicular a uno de ellos y que corta su intersección, es una recta del otro.
- **(EA)Teorema:** Si dos planos son perpendiculares entre sí, toda recta perpendicular a uno de ellos por un punto cualquiera del otro, estará contenida en éste último.
- **(EDA)Teorema:** si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que la contiene también lo es.
- **(EDA)Teorema:** si un plano es perpendicular a otros dos que se cortan, lo es a su intersección.
- **Corolario:** el lugar geométrico de los puntos equidistantes de las caras de un diedro es el plano bisector del diedro.
- **(EDA)Teorema:** Por una recta no perpendicular a un plano pasa un plano y solo uno perpendicular al primero.

Teléfono y Fax: 585 581 / 4 - Casilla de Correo 765

E-mail: secretaria@ing.una.py



Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD N° 1349/2017/008

"POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)"

- **Definición de proyección de un punto, de una figura y de una recta sobre un plano.**
- **(EA)Teorema:** La proyección de una recta sobre un plano al que no es perpendicular, es una recta.
- **Corolario:** Si una recta es perpendicular a un plano, su proyección sobre él es un punto.
- **Definición de ángulo de una recta y un plano**
- **(EA) Teorema:** El ángulo agudo que una recta forma con su proyección sobre un plano, es menor que el que forma con cualquier otra recta del plano que pasa por su pie.
- **(EDA)Teorema:** Si por un punto interior de un ángulo diedro se trazan rectas perpendiculares a los planos que contienen las caras del diedro, el ángulo con vértice en el punto es suplemento del rectilíneo del diedro.
- **Definición de ángulos triedro; triedro trirectángulo; ángulo poliedro; ángulos poliedros iguales o simétricos.**
- **(EDA)Teorema:** En todo triedro, una cara es menor que la suma de las otras dos y mayor que la diferencia de las mismas.
- **(EA)Teorema:** En todo triedro, a diedros iguales se oponen caras iguales, y, si los diedros son desiguales a mayor diedro se opone mayor cara.
- **(EA)Teorema:** En todo triedro se verifica que si dos caras son iguales, los diedros opuestos a ellas son iguales; y si dos caras son desiguales, a la cara mayor se opone mayor diedro.
- **(EDA)Teorema:** La suma de las caras de un Angulo poliedro es mayor que cero y menor que cuatro ángulos rectos.
- **Definición de superficie poliédrica convexa; cuerpos poliedros convexos.**
- **Prismas:** recto y oblicuo; altura y sección recta. Prisma regular. Prisma truncado: características, clasificación y formulas de área lateral, área total y volumen.
- **Paralelepípedos:** recto y rectángulo. cubo. unidad de volumen sólidos equivalentes, características y formulas de área lateral, área total y volumen.
- **Pirámide:** áreas: lateral y total. altura. Clasificación, pirámide regular. apotema características y formulas de área lateral, área total y volumen
- **Tronco de pirámide** de bases situadas en planos paralelos. altura. tronco de pirámide regular. apotema, características y formulas de área lateral, área total y volumen.
- **(EA)Corolario:** Si se corta una pirámide cualquiera con un plano paralelo al que contiene a la base: a) las aristas y la altura quedan divididas en segmentos proporcionales. b) la sección es un polígono semejante a la base.
- **Cuerpos poliedros regulares posibles.** tetraedro regular, hexaedro regular, octaedro regular, dodecaedro regular e icosaedro regular.
- **Definición de superficie cilíndrica: directriz y generatriz. Cilindro.**
- **Cilindros:** recto y oblicuo. sección de un cilindro. cilindro circular. cilindro de revolución. características y fórmulas de área lateral, área total y volumen.
- **Definición de plano tangente a un cilindro.** prisma inscrito y circunscrito a un cilindro.
- **Definición de superficie cónica: directriz y generatriz.**
- **Cono circular.** conos: recto y oblicuo. sección cónica. cono de revolución, características y fórmulas de área lateral, área total y volumen.
- **Definición de plano tangente a un cono. pirámide inscrita y circunscrita a un cono.** tronco de cono de bases situadas en planos paralelos.
- **Definición de superficie esférica: centro. radio.**





Universidad Nacional de Asunción
Facultad de Ingeniería

Campus de la UNA – San Lorenzo - Paraguay

RESOLUCIÓN CD Nº 1349/2017/008

“POR LA CUAL SE APRUEBAN LOS PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICA I Y MATEMÁTICA II, DEL PROCESO DE ADMISIÓN AL CURSO PREPARATORIO DE INGENIERIA 2018 (PRO-A-CPI)”

- **Esfera.** rectas y planos secantes a una esfera. rectas y planos tangentes a una superficie esférica, superficies esféricas tangentes entre sí. Área de la superficie esférica y volumen de la esfera.
- **Corolario:** Toda sección plana de una esfera es un círculo.
- **Definiciones de circunferencia máxima y círculo máximo.** Circunferencia menor y círculo menor. Polos de un círculo. Figuras obtenidas con planos secantes y tangentes a una superficie esférica.

BIBLIOGRAFÍA

Textos Básicos

- Héctor A. Rojas – Raimundo Sánchez A.
Lecciones de Geometría Plana y del Espacio.
- Jorge Wentworth. David Eugenio Smith
Geometría Plana y del Espacio. Editorial Porrúa. México
- Frank Ayres
Trigonometría Plana y Esférica. Serie de compendios Schaum de Mc Graw Hill

Textos Complementarios

- Earl W. Swokowski
Álgebra, Trigonometría con Geometría Analítica. 2ª Edición - Grupo Editorial Iberoamérica. 1.988
- Walter Fleming – Dale Varberg
Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. 3ª Edición. Prentice-Hall Hispoamericana S.A.
- Ángel Secchia – Severino Montiel
Problemas de Geometría Plana
- Ángel Secchia – Severino Montiel
Problemas de Geometría del Espacio
- Ángel Secchia – Francisco Pujol
Problemas de Trigonometría rectilínea y esférica
- D. Manuel García Ardura. Ed. Madrid España.
Problemas gráficos y numéricos de Geometría
- Ediciones Bruño
Geometría. Curso superior. España.
- Teoremario de Geometría Plana y del Espacio
Ing. Civ. Darío Coronel. Edición 2004.

